Corrigé du baccalauréat STMG Nouvelle Calédonie
16 novembre 2016

EXERCICE 1 **(4 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question, suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'enlève pas de point.

La feuille de calcul ci-dessous, obtenue à l'aide d'un tableur, donne d'évolution du prix du timbre d'une lettre prioritaire en France métropolitaine entre 2005 et 2015.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	Prix du timbre en euro	0,53	0,54	0,54	0,55	0,56	0,58	0,6	0,61	0,63	0,66	0,76
3	Taux d'évolution du prix											

1. Le taux d'évolution global du prix du timbre entre 2005 et 2015, arrondi à 0,1 est de :

   a. ~~30,3 %~~ **b.** $\boxed{43{,}4\,\%}$ **c.** ~~3,0 %~~ **d.** ~~4,3 %~~

2. Le taux d'évolution annuel moyen du prix du timbre entre 2005 et 2015, arrondi à 0,01 % près, est de :

   a. ~~0,37 %~~ **b.** $\boxed{3{,}67\,\%}$ **c.** ~~2,75 %~~ **d.** ~~0,43 %~~

3. La formule qui, entrée dans la cellule C3 et recopiée vers la droite, permet de compléter le tableau est :

   a. ~~=C2−B2/C2~~ **b.** $\boxed{=(C2-\$B\$2)/\$B\$2}$ **c.** $\boxed{=(C2-B2)/B2}$ **d.** ~~=(C2−B2)/C2~~

   réponse **b** si nous considérons l'évolution du prix par rapport à l'année 2005

   réponse **c** si nous considérons l'évolution du prix par rapport à l'année précédente

4. En supposant que le prix du timbre va augmenter chaque année de 4 % à partir de 2015, le prix du timbre en 2020, arrondi au centime d'euro près, sera de :

   a. ~~0,79 €~~ **b.** ~~1,06 €~~ **c.** $\boxed{0{,}92\text{ €}}$ **d.** ~~0,96 €~~

EXERCICE 2 **5 points**

Une association spécialisée dans la vente de produits biologiques propose à ses clients deux types de paniers : petit modèle et grand modèle. Ils sont composés de légumes et, suivant la demande des clients, de produits laitiers.
Il apparaît que :

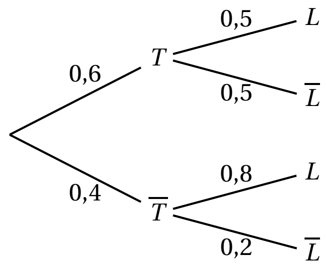
- 60 % des clients choisissent un petit modèle. Les autres achètent un grand modèle.
- parmi ceux qui choisissent un petit modèle, 50 % y ajoutent des produits laitiers.
- parmi ceux qui choisissent un grand modèle, 80 % y ajoutent des produits laitiers.

On interroge au hasard un des clients.
On note T l'événement, « le client a choisi un petit modèle » et L l'événement, « le client y a fait ajouter des produits laitiers ».

Partie A

1. $P(T) = 0{,}6$ car 60 % des clients choisissent un petit modèle et $P_T(L) = 0{,}5$ puisque parmi ceux qui choisissent un petit modèle, 50 % y ajoutent des produits laitiers.

2. Complétons l'arbre de probabilités suivant :



3. La probabilité que le client interrogé ait choisi un petit modèle et des produits laitiers est notée $P(T \cap L)$.

$P(T \cap L) = P(T) \times P_T(L) = 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}3$.

4. Peut-on affirmer que moins des deux tiers des clients achètent des produits laitiers ?

Pour ce faire, calculons $P(L)$.

$P(L) = P(T \cap L) + P\left(\overline{T} \cap L\right) = P(T) \times P_T(L) + P\left(\overline{T}\right) \times P_{\overline{T}}(L) = 0{,}3 + 0{,}4 \times 0{,}8 = 0{,}62$.

Par conséquent, l'affirmation est justifiée.

5. Calculons $P_L(T)$.

$P_L(T) = \dfrac{P(T \cap L)}{P(L)} = \dfrac{0{,}3}{0{,}62} \approx 0{,}484$.

Cette probabilité est celle que le client interrogé ait choisi le petit modèle sachant qu'il a acheté des produits laitiers.

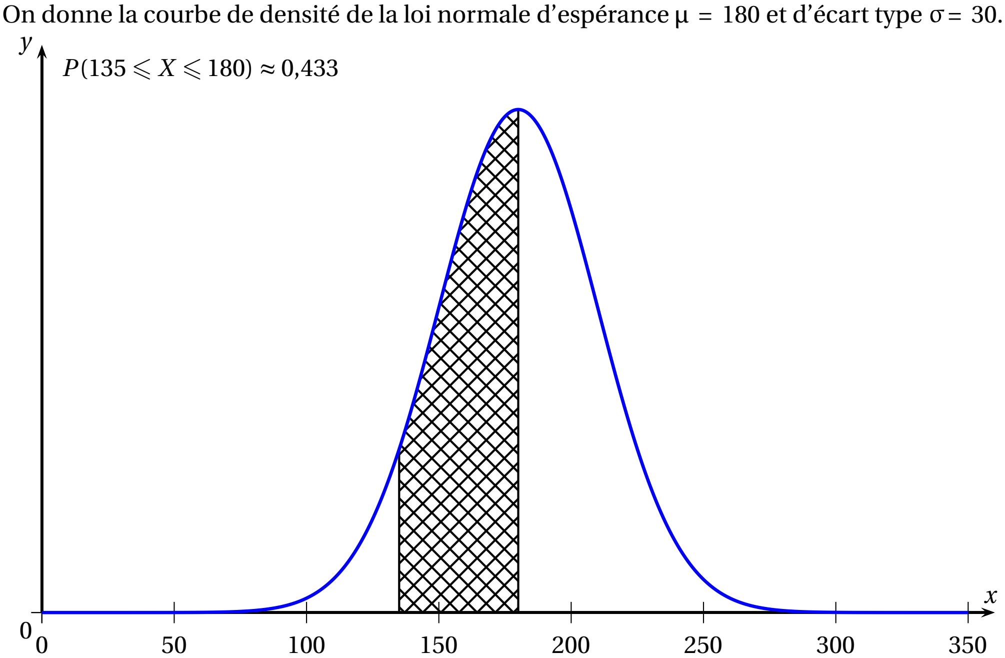
Partie B

Le producteur qui fournit cette association vend aussi des yaourts chaque samedi sur un marché. On note X la variable aléatoire, qui, à chaque semaine, associe le nombre de yaourts vendus au marché. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 180$ et d'écart type $\sigma = 30$.

1. À l'aide de la calculatrice, la probabilité arrondie au millième que le nombre de yaourts vendus soit inférieur ou égal à 150, notée $P(X \leqslant 150)$ est égale à 0,159.

Nous pouvions remarquer que $150 = 180 - 30$ c'est-à-dire $\mu - \sigma$ or nous savons que $P(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0{,}683$ par conséquent $P(X \leqslant 150) = 0{,}5 - \dfrac{0{,}683}{2} \approx 0{,}159$.

On donne la courbe de densité de la loi normale d'espérance $\mu = 180$ et d'écart type $\sigma = 30$.



2. Sur ce graphique, on peut lire : $P(135 \leqslant X \leqslant 180) \approx 0,433$.

   Ceci signifie que la probabilité de vendre entre 135 et 180 yaourts est égale à 0,433.

3. La courbe étant symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$, il en résulte que

   $P(180 \leqslant X \leqslant 225) = 0,433$.

   $P(X \geqslant 225) = 0,5 - P(180 \leqslant X \leqslant 225) = 0,5 - 0,433 = 0,067$.

4. Ce samedi, le producteur n'a apporté que 225 yaourts au marché. la probabilité qu'il ait besoin de compléter son stock est d'environ 0,067.

EXERCICE 3 **6 points**

Une entreprise produit des tablettes tactiles avec un maximum de production de 30 000 unités par mois.
Soit x le nombre de milliers de tablettes produites.

Le coût de production en milliers d'euros est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; 30]$ par : $C(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 22x^2 + 96x$. Chaque tablette est vendue 480 euros et on suppose que l'entreprise écoule toute sa production mensuelle. On souhaite étudier la rentabilité de cette entreprise.

La représentation graphique de la fonction C est donnée dans **l'annexe à rendre avec la copie**.

Partie A Lecture graphique

1. Avec la précision permise par le graphique, le coût de production en milliers d'euros de 10 milliers de tablettes est d'environ 2 800 milliers d'euros. Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 10.

2. Avec la précision permise par le graphique, le coût sera supérieur à 8 000 milliers d'euros pour un nombre de tablettes produites comprises entre 20 et 30. L'intervalle est déterminé à partir de l'abscisse du point d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y = 8000$. Nous avons lu environ 20.

3. La fonction R définie par $R(x) = 480x$ représente la recette en milliers d'euros pour x milliers de tablettes produites.

   Sa courbe représentative est tracée dans le repère de **l'annexe à rendre avec la copie** .

Partie B Étude du bénéfice

1. Calculons le bénéfice de l'entreprise. Le bénéfice étant la différence entre les recettes et les coûts, nous obtenons donc

   $B(x) = R(x) - C(x) = 480x - \left(-\frac{1}{3}x^3 + 22x^2 + 96x\right) = \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + (480 - 96)x =$

   $\frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + 384x$.

   Le bénéfice de l'entreprise est bien donné par la fonction B définie sur l'intervalle $[0 ; 30]$ par : $B(x) = \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + 384x$.

2. On note B' la fonction dérivée de la fonction B. Déterminons $B'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 30]$.

   $B'(x) = \frac{1}{3}(3x^2) - 22(2x) + 384 = x^2 - 44x + 384$.

3. **a.** Résolvons l'équation du second degré $x^2 - 44x + 384 = 0$.

   Calculons le discriminant Δ. $\Delta = (-44)^2 - 4 \times 1 \times 384 = 400 = 20^2$.

   Δ étant positif, le trinôme admet deux racines

   $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_1 = \dfrac{44 - 20}{2} = 12$

   $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \dfrac{44 + 20}{2} = 32$

   L'ensemble solution de l'équation est $\{12 ; 32\}$.

   Nous pouvons alors écrire $x^2 - 44x + 384 = (x - 12)(x - 32)$.

b. Déterminons le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;30]$.

x	0		12		30
$x-12$		$-$	0	$+$	
$x-32$		$-$		$-$	
$B'(x)$		$+$	0	$-$	

Étudions le sens de variation de B.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
Sur $[0\,;\,12[$, $B'(x) > 0$ par conséquent B est strictement croissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
Sur $]12\,;\,30]$, $B'(x) < 0$ par conséquent B est strictement décroissante sur cet intervalle.
Dressons maintenant le tableau de variation de B sur $[0;30]$.

x	0		12		30
B'		$+$	0	$-$	
Variation de B			2016		
	0	↗		↘	720

4. La production à réaliser pour obtenir le bénéfice maximal est de 12 000 tablettes par mois. La valeur de ce bénéfice s'élèverait alors à 2 016 milliers d'euros.

EXERCICE 4 — 5 points

En janvier 2015, une entreprise renouvelle son parc de tablettes tactiles.
La tablette choisie affiche une autonomie de 8 heures. Une étude montre que l'autonomie de la batterie baisse de 15 % chaque année d'utilisation.
Soit n un entier naturel. On modélise le nombre d'heures d'autonomie de cette tablette pour l'année $2015+n$ par une suite (U_n). Ainsi $U_0 = 8$.
On arrondira les résultats au centième d'heure.

1. **a.** À une baisse de 15 % correspond un coefficient multiplicateur de $1-\dfrac{15}{100} = 0{,}85$.
   $U_1 = U_0 \times 0{,}85 \quad U_1 = 8\times 0{,}85 = 6{,}8$.

   b. $U_2 = U_1 \times 0{,}85 \quad U_2 = 6{,}8\times 0{,}85 = 5{,}78$.
   Cette valeur serait la durée d'autonomie de la batterie après deux années d'utilisation.

2. La suite (U_n) est une suite géométrique puisque chaque terme, sauf le premier, se déduit du précédent en multipliant ce dernier par la raison 0,85.

3. Selon ce modèle, l'autonomie de la tablette en janvier 2020 serait de $8\times(0{,}85)^5$ c'est-à-dire approximativement de 3,55 h.

4. L'entreprise souhaite prévoir le nombre d'années au bout desquelles l'autonomie sera inférieure à quatre heures.

   On considère l'algorithme suivant :

Initialisation	n prend la valeur 0
	u prend la valeur 8
	q prend la valeur 0,85
Traitement	Tant que $u > 4$
	n prend la valeur $n+1$
	u prend la valeur $8\times q$
	Fin tant que
Sortie	Afficher n

La valeur affichée en sortie sera 5.

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 3 — Partie A