∽ Corrigé du baccalauréat STHR Métropole 6 septembre 2018 ∽

EXERCICE 1 **8 points**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Pour connaître la fréquentation d'un restaurant gastronomique, une enquête a été menée auprès des habitants de la commune dans laquelle il se trouve. La répartition des personnes interrogées est la suivante :

- 10 % ont moins de 30 ans,
- 40 % ont entre 30 et 50 ans,
- 50 % ont plus de 50 ans.

À la question : « avez-vous déjà mangé dans ce restaurant ? »,

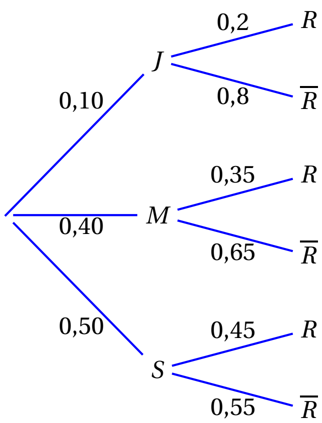
- 20 % des moins de 30 ans ont répondu « oui »,
- 35 % des personnes âgées entre 30 et 50 ans ont répondu « oui »,
- 45 % des plus de 50 ans ont répondu « oui ».

Partie A

On prend au hasard l'une des réponses de cette enquête.

- On note J l'évènement : la personne interrogée a moins de 30 ans.
- On note M l'évènement : la personne interrogée a un âge compris entre 30 et 50 ans.
- On note S l'évènement : la personne interrogée a plus de 50 ans.
- On note R l'évènement : la personne interrogée a déjà mangé dans ce restaurant.

1. En utilisant les données de l'énoncé, complétons l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. **a.** Calculons la probabilité de l'évènement « la personne interrogée a moins de 30 ans et a déjà mangé dans ce restaurant » c'est-à-dire $p(J \cap R)$.

$p(J \cap R) = p(J) \times p_J(R) = 0{,}10 \times 0{,}20 = 0{,}02$.

b. La probabilité de l'évènement « la personne interrogée a un âge compris entre 30 et 50 ans et a déjà mangé dans ce restaurant » est notée $p(M \cap R)$.

$p(M \cap R) = p(M) \times p_M(R) = 0{,}40 \times 0{,}35 = 0{,}140$.

3. La probabilité que la personne interrogée ait déjà mangé dans ce restaurant est $p(R)$. Montrons qu'elle est égale à 0,385.

$p(R) = p(J \cap R) + p(M \cap R) + p(S \cap R) = 0{,}02 + 0{,}140 + p(S) \times p_S(R) = 0{,}160 + 0{,}50 \times 0{,}45 = 0{,}385$.

Nous avons bien obtenu la valeur attendue.

4. La probabilité que la personne interrogée ait moins de 30 ans, sachant qu'elle a déjà mangé dans ce restaurant est notée $p_R(J)$.

$p_R(J) = \dfrac{p(J \cap R)}{p(R)} = \dfrac{0{,}02}{0{,}385} = 0{,}0519$.

Partie B

Rappel : l'intervalle centré $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ *est un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % utilisable pour des échantillons de taille* $n \geqslant 25$ *et des proportions* p *du caractère comprises entre 0,2 et 0,8 .*

2 000 habitants de la commune dans laquelle se trouve le restaurant gastronomique ont répondu à l'enquête de fréquentation. 38,5 % des personnes interrogées déclarent avoir mangé dans ce restaurant. Le restaurateur prétend que 40 % des habitants de la commune fréquentent son restaurant.

1. Déterminons un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % en utilisant cette proportion de 40 %.

$n = 2000 \geqslant 25$. En appelant I cet intervalle, $I = \left[0{,}4 - \dfrac{1}{2000}\ ;\ 0{,}4 + \dfrac{1}{2000}\right] = [0{,}378\ ;\ 0{,}422]$.

2. Le propos du restaurateur ne peut être mis en cause au risque de 5 % car 0,385 appartient à I.

Exercice 2 — 9 points

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Un restaurant a produit 2 200 kg de déchets non recyclables en 2016. Le gérant du restaurant met en œuvre des mesures pour réduire ces déchets comme le demande la réglementation.

Partie A

1. Le gérant du restaurant a réduit de 110 kg la masse des déchets non recyclables en 2017. Le pourcentage de réduction annuelle ainsi réalisé est de $\dfrac{110}{2200} = 0{,}05 = 5\,\%$

2. Dans un premier modèle, on suppose que le gérant réduira de 5 % exactement la masse de déchets non recyclables chaque année à compter de 2017.

Pour tout entier naturel n, on note D_n la masse de déchets non recyclables l'année $2016 + n$, ainsi $D_0 = 2200$.

a. À un taux d'évolution t correspond un coefficient multiplicateur $1 + t$. À une baisse de 5 % correspond un coefficient multiplicateur de 0,95.
$D_1 = 2200 \times 0{,}95 = 2090$ et $D_2 = 2090 \times 0{,}95 = 1985{,}5$.

b. Chaque terme se déduisant du précédant en le multipliant par le même nombre 0,95, la suite (D_n) est une suite géométrique de premier terme 2 200 et de raison 0,95.

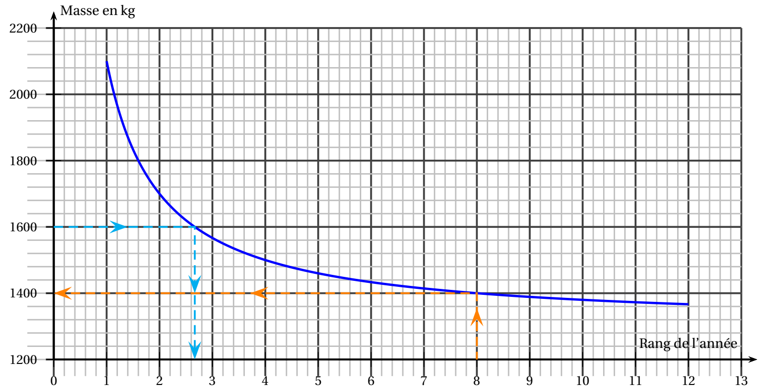
3. Complétons l'algorithme suivant pour qu'à la fin de son exécution la variable D contienne le terme de rang N de la suite (D_n) :

```
D ← 2200
Pour i allant de 1 à N
    D ← 0,95 × D
Fin Pour
```

Partie B

Le modèle précédent ne correspond pas à l'évolution prévisible de la masse de déchets non recyclables. On étudie un second modèle plus réaliste : l'évolution de la masse de déchets non recyclables entre les années 2017 et 2028 est maintenant modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,12]$ et représentée ci-dessous.

On note x le nombre d'années écoulées à partir de l'année 2016 et $f(x)$ la masse, en kilogrammes, de déchets non recyclables produits par le restaurant. Ainsi, $f(1)$ est la masse en kilogrammes de déchets non recyclables produits en 2017.



1. En utilisant le graphique ci-dessus :

   a. Une valeur approchée de $f(8)$ est 1 400. Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 8. Au bout de huit ans, la masse de déchets non recyclables sera de 1 400 kg.

   b. À partir de 2019 (2016+3) le restaurant produira une masse de déchets non recyclables inférieure à 1 600 kg. Nous lisons l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée 1 600. Cela donne la durée à ajouter à 2016.

2. Pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,12]$, on admet que :

$$f(x) = \frac{800}{x} + 1300.$$

   a. Pour tout $x \in [1\,;\,12]$, $f'(x) = -\dfrac{800}{x^2}$.

   b. Pour tout $x \in [1\,;\,12]$, $f'(x) < 0$ comme l'opposé d'un nombre strictement positif.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I.
   Sur $]1\,;\,12]$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur cet intervalle.
   Dressons le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,12]$.

x	1		12
Signe de $f'(x)$		$-$	
Variation de f	2 100	$\searrow$	1 366,7

3. Le restaurateur souhaite diminuer à terme de moitié la masse de déchets non recyclables produits en 2017. À terme la masse de déchets devrait être de $\dfrac{2100}{2}$ soit 1 050 kg. Selon ce modèle, il n' y parviendra jamais car la masse de déchets non recyclables restera supérieure à 1 300 kg.

EXERCICE 3 — 3 points

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.

1. Le tableau suivant donne les montants du SMIC (Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance) brut en euros au 1er janvier de chaque année de 2010 à 2017 :

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang	0	1	2	3	4	5	6	7
Montant du SMIC en euros	1 344	1 394	1 398	1 430	1 445	1 458	1 467	1 480

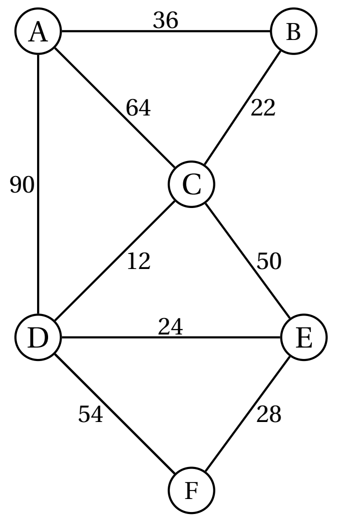
Source : INSEE

Affirmation 1

La droite d'équation $y = -15x + 1344$ réalise un ajustement linéaire satisfaisant du montant du SMIC en fonction du rang des années.

affirmation fausse : le coefficient directeur de la droite est négatif alors que les valeurs augmentent nous aurions dû avoir un coefficient directeur positif.

2. Dans le graphe ci-contre, le nombre qui figure sur une arête indique la distance entre les deux sommets reliés par cette arête.
Affirmation 2 Le trajet le plus court partant de A et se terminant en F est ACEF.



affirmation fausse : le parcours ABC (36+22=58) est plus court que le parcours AC (64)

3. À la suite d'une enquête de satisfaction menée auprès des clients d'un hôtel, on modélise le taux de satisfaction par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 0{,}38$ et d'écart type $\sigma = 0{,}05$.

Affirmation 3

En arrondissant à 0,01, la probabilité que le taux de satisfaction soit supérieur à 40 % est égale à 0,52.

affirmation fausse : $P(X \geqslant 0{,}4) = 1 - P(X \leqslant 0{,}4)$ or 0,4 est supérieur à 0,38 par conséquent $p(X \leqslant 0,4)$ est supérieure à 0,5. Il en résulte alors que $p(X \geqslant 0,4)$ est inférieure à 0,5. Elle ne peut donc être égale à 0,52.