Diplôme national du Brevet Polynésie
6 septembre 2022

Durée : 2 heures

EXERCICE 1 — 22 points

1. $\dfrac{5}{6}+\dfrac{7}{8}=\dfrac{5\times4}{6\times4}+\dfrac{7\times3}{8\times3}=\dfrac{20+21}{24}=\dfrac{41}{24}$.

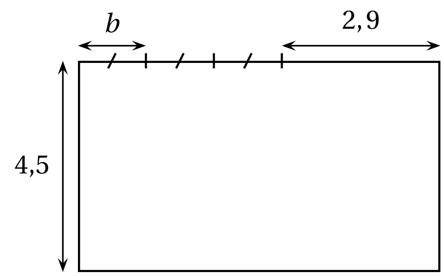
2. **a.**
   - $198=9\times22=3\times3\times2\times11=2\times3^2\times11$;
   - $84=4\times21=2\times2\times3\times7=2^2\times3\times7$.

   b. $\dfrac{198}{84}=\dfrac{2\times3^2\times11}{2^2\times3\times7}=\dfrac{3\times11}{2\times7}=\dfrac{33}{14}$.

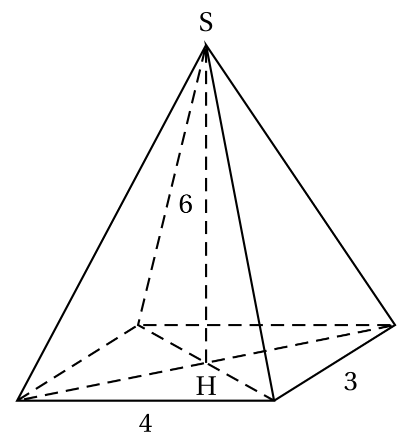
3. $E=5(3x-4)-(2x-7)=15x-20-2x+7=13x-13$.

4. On désigne par b un nombre positif.

   Le rectangle a une largeur de 4,5 et une longueur de 3b + 2,9.
   Son périmètre est égal à : $2(4,5+3b+2,9)=2(7,4+3b)=14,8+6b$.
   Il faut que $14,8+6b=25$, soit $6b=25-14,8$ ou $6b=10,2$, soit $b=\dfrac{10,2}{6}=\dfrac{3\times3,4}{3\times2}=1,7$.



5.



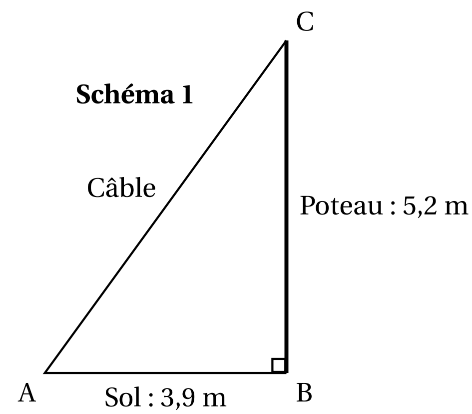
   On sait que $V=\dfrac{1}{3}\times B\times h$, avec $B=3\times4=12$ et $h=6$, d'où :
   $V=\dfrac{1}{3}\times12\times6=24$.

6. Augmenter de 12 %, c'est multiplier par $1+\dfrac{12}{100}=1+0,12=1,12$.
   Si x est le nombre d'habitants en 2019, alors :
   $x\times1,12=20\,692$, d'où en multipliant chaque membre par $\dfrac{1}{1,12}$, $\quad x=\dfrac{20\,692}{1,12}=18\,475$.
   Il y avait en 2019, 18 475 habitants.

EXERCICE 2 — 22 points

Un poteau électrique vertical [BC] de 5,2 m de haut est retenu par un câble métallique [AC] comme montré sur le schéma 1 qui n'est pas en vraie grandeur.

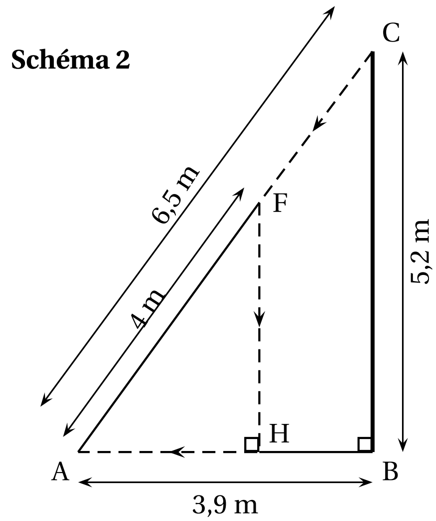
Schéma 1



1. le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABC rectangle en B, s'écrit :
   $AB^2 + BC^2 = AC^2$, soit $3,9^2 + 5,2^2 = AC^2$, ou encore $15,21 + 27,04 = AC^2$, soit $AC^2 = 42,25$.
   On a donc $AC = \sqrt{42,25} = 6,5$ (m).
2. On a par exemple $\cos\widehat{ACB} = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{5,2}{6,5} = \dfrac{52}{65} = \dfrac{4 \times 13}{5 \times 13} = \dfrac{4}{5} = \dfrac{8}{10} = 0,8$.
   La calculatrice donne $\widehat{ACB} \approx 36,9$.
   La mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ est 37° au degré près.

Deux araignées se trouvant au sommet du poteau (point C) décident de rejoindre le bas du câble (point A) par deux chemins différents.

3. On a $v = \dfrac{d}{t}$, avec $v = 0,2$ et $d = CA = 6,5$.
   Donc $0,2 = \dfrac{6,5}{t}$, d'où $0,2t = 6,5$ et $t = \dfrac{6,5}{0,2} = 6,5 \times 5 = 32,5$ (s).
4. La deuxième araignée décide de parcourir le chemin CFHA indiqué en pointillés sur le schéma 2 (qui n'est pas en vraie grandeur) : elle suit le morceau de câble [CF] en marchant, puis descend verticalement le long de [FH] grâce à son fil et enfin marche sur le sol le long de [HA].
   Les droites (FH) et (CB) étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AB) sont parallèles.
   - D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{FH}{BC} = \dfrac{AF}{AC}$, soit $\dfrac{FH}{5,2} = \dfrac{4}{6,5}$, d'où en multipliant chaque membre par 6,5 : $FH = \dfrac{4 \times 5,2}{6,5} = \dfrac{4 \times 52}{65} = \dfrac{4 \times 4 \times 13}{5 \times 13} = \dfrac{16}{5} = \dfrac{32}{10} = 3,2$ (m).
   - On a de même toujours d'après Thalès : $\dfrac{AH}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$, soit $\dfrac{AB}{3,9} = \dfrac{4}{6,5}$, d'où en multipliant chaque membre par 3,9 : $AF = \dfrac{3,9 \times 4}{6,5} = \dfrac{39 \times 4}{65} = \dfrac{3 \times 13 \times 4}{5 \times 13} = \dfrac{12}{5} = \dfrac{24}{10} = 2,4$ (m).



5. De $v = \dfrac{d}{t}$, on tire $d = v \times t$ et $t = \dfrac{d}{v}$.

   La deuxième araignée parcourt CF + HA = $(6,5-4)+2,4 = 4,9$ (m) a la vitesse de 0,2 (m/s).

   Elle met donc $t_1 = \dfrac{4,9}{0,2} = 4,9 \times 5 = 24,5$ (s) pour parcourir ces deux segments.

   Pour parcourir le segment [FH], elle met $t_2 = \dfrac{3,2}{0,8} = \dfrac{32}{8} = 4$ (s).

   Elle met donc au total : $24,5+4 = 28,5$ (s) : c'est elle qui met le moins de temps pour arriver en A.

EXERCICE 3 — 17 points

1. On exécute le script 1 ci-dessus.

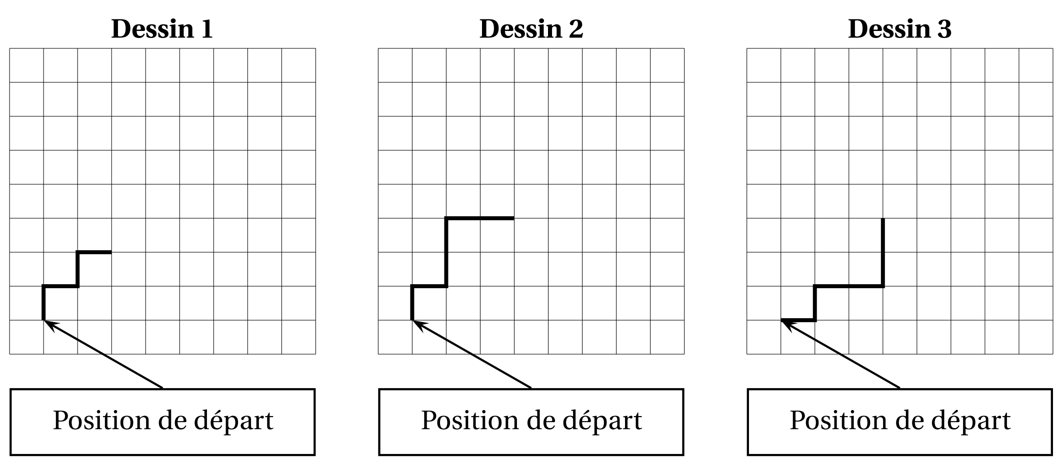
   Représenter le chemin parcouru par le stylo sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.

   Le tracé est en rouge sur l'ANNEXE.

2. Le dessin 1 n'est pas correct car après avoir avancé deux fois de 20 on doit avancer de 40.

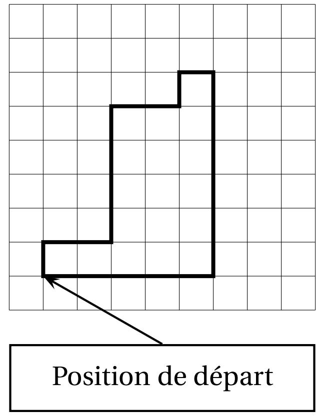
   Le dessin 3 n'est pas correct car on ne sedirige pas au départ vers le haut.

   Il reste donc le dessin 2 seul correct.



3. On souhaite maintenant obtenir le motif représenté sur le dessin 4 :

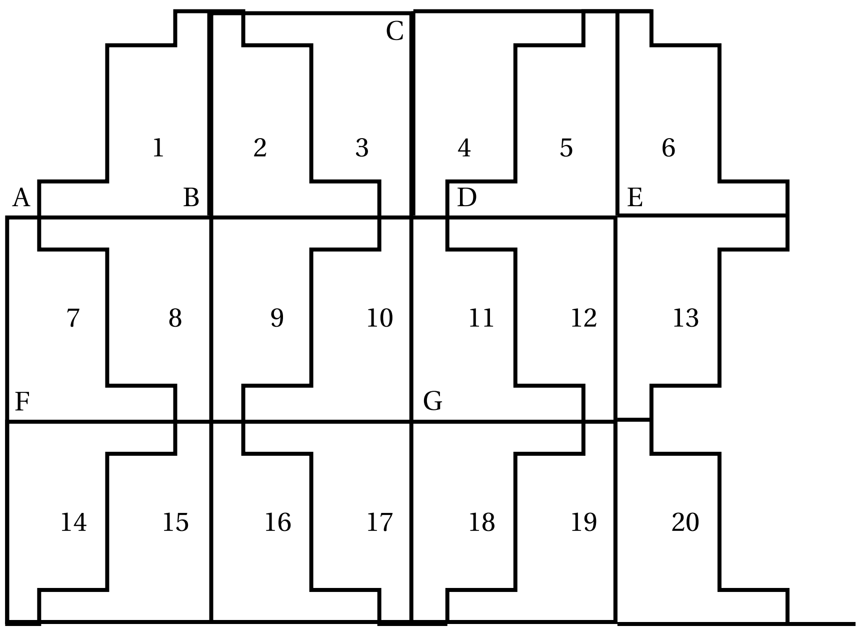
Dessin 4



Compléter sans justifier les trois cases du script 3 donné en ANNEXE à rendre avec la copie, permettant d'obtenir le dessin 4.

Les compléments sont en rouge dans l'annexe.

4. À partir du motif représenté sur le dessin 4, on peut obtenir le pavage ci-dessous :



Répondre aux questions suivantes sur votre copie en indiquant le numéro du motif qui convient (on ne demande pas de justifier la réponse) :

a. Quelle est l'image du motif 1 par la translation qui transforme le point B en E ? Le motif 5.

b. Quelle est l'image du motif 1 par la symétrie de centre B ? Le motif 9.

c. Quelle est l'image du motif 16 par la symétrie de centre G ? Le motif 12.

d. Quelle est l'image du motif 2 par la symétrie d'axe (CG) ? Le motif 5.

EXERCICE 4 — 20 points

1. Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-2	-1	0	1	3	4	5
$f(x)$	5	3	1	-1	-5	-7	-9

a. Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?
L'image de 3 par la fonction f est $f(3) = -5$.

b. Donner un nombre qui a pour image 5 par la fonction f.
On a $f(-2) = 5$, donc -2 a pour image 5 par la fonction f.

c. Donner un antécédent de 1 par la fonction f.
On a $f(0) = 1$, donc 1 a pour antécédent 0 par f.

2. On considère le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre
Ajouter 1
Calculer le carré du résultat

a. Quel résultat obtient-on en choisissant 1 comme nombre de départ ?
On a $1 \to 1+1 = 2 \to 2^2 = 4$: 1 donne 4 comme résultat.
Et en choisissant -2 comme nombre de départ ?
On a $-2 \to -2+1 = -1 \to (-1)^2 = 1$: -2 donne 1 comme résultat.

b. On note x le nombre choisi au départ et on appelle g la fonction qui à x fait correspondre le résultat obtenu avec le programme de calcul.
Exprimer $g(x)$ en fonction de x.
On a $x \to x+1 \to (x+1)^2$. Donc $g(x) = (x+1)^2$.

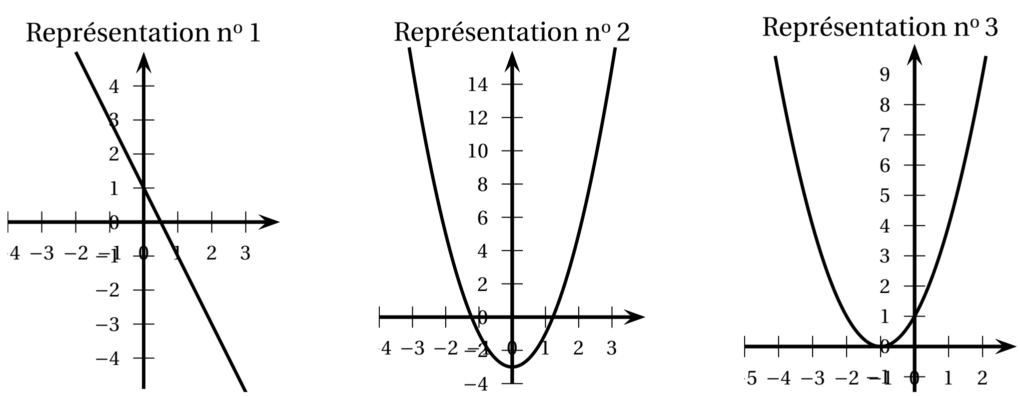
3. La fonction h est définie par $h(x) = 2x^2 - 3$.

a. Quelle est l'image de 3 par la fonction h ?
On a $h(3) = 2 \times 3^2 - 3 = 2 \times 9 - 3 = 18 - 3 = 15$.

b. Quelle est l'image de -4 par la fonction h ?
On a $h(-4) = 2 \times (-4)^2 - 3 = 2 \times 16 - 3 = 32 - 3 = 29$.

c. Donner un antécédent de 5 par la fonction h. En existe-t-il un autre ?
Il faut trouver x tel que $2x^2 - 3 = 5$, soit $2x^2 = 8$ ou $x^2 = 4$ ou $x^2 - 4 = 0$, c'est-à-dire $(x-2)(x+2) = 0$ et enfin $\left\{\begin{array}{rcl} x-2 & = & 0 \\ x+2 & = & 0 \end{array}\right.$: il y a deux solutions : 2 et -2.

4. On donne les trois représentations graphiques suivantes qui correspondent chacune à une des fonctions f, g et h citées dans les questions précédentes.
Associer à chaque courbe la fonction qui lui correspond, en expliquant la réponse.



La représentation n° 1 est celle de f : c'est la seule pour laquelle l'image de 1 est -1.

La représentation n° 2 est celle de h : on a bien $h(0) = -3$.

La représentation n° 3 est celle de g : on a bien $g(0) = 1$.

EXERCICE 5 **19 points**

Une urne contient 20 boules rouges, 10 boules vertes, 5 boules bleues et 1 boule noire.
Un jeu consiste à tirer une boule au hasard dans l'urne.
Lorsqu'un joueur tire une boule noire, il gagne 10 points.
Lorsqu'il tire une boule bleue, il gagne 5 points.
Lorsqu'il tire une boule verte, il gagne 2 points.
Lorsqu'il tire une boule rouge, il gagne 1 point.

1. Un joueur tire au hasard une boule dans l'urne.

a. Il gagne 10 points s'il tire une boule noire; il y a 1 boule noire sur un total de $20+10+$ $+5+1=36$: la probabilité est égale à $\dfrac{1}{36}$.

b. Il gagnera plus de 3 points s'il tire une boule noire (1 seule) ou une boule bleue (5 boules bleues) : la probabilité est égale à $\dfrac{6}{36} = \dfrac{6\times 1}{6\times 6} = \dfrac{1}{6}$.

c. Il y a plus de boules vertes que de boules bleues : Il a plus de chance de gagner 2 points que de gagner 5 points.

2.

a. La moyenne des scores est : $\dfrac{2+1+1+\ldots+2}{15} = \dfrac{50}{15} = \dfrac{5\times 10}{5\times 3} = \dfrac{10}{3} = 3,333$ (points).

b. Les scores sont dans l'ordre croissant :
1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 … : la médiane est entre la 7^e^ et la 8^e^ valeur soit 2.

c. La fréquence du score 10 est $\dfrac{2}{15}$.

3. Mille joueurs ont participé au jeu. Peut-on estimer le nombre de joueurs ayant obtenu le score de 10 points?

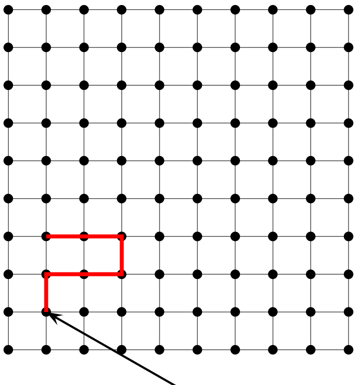
La réponse, affirmative ou négative, devra être argumentée.

On a vu à la question précédente que la fréquence du score 10 points est égale à $\dfrac{2}{15}$.

Donc pour 1 000 joueurs il y aura à peu près :
$1\,000 \times \dfrac{2}{15} = \dfrac{2\,000}{15} = \dfrac{400}{3} \approx 133,3$
Environ 133 joueurs auront un score de 10 points.

ANNEXE à compléter et à rendre avec la copie

Exercice 3. Question 1



Position de départ

Chaque côté de carreau mesure 20 pixels.
La position de départ du stylo est indiquée sur la figure ci-contre.

Exercice 3. Question 3