

☞ Corrigé du brevet des collèges Centres étrangers ☞

15 septembre 2020

Durée : 2 heures

Exercice 1

22 points

- $\frac{7}{8} - \left(\frac{5}{8} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{8} - \frac{5}{24} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} - \frac{5}{24} = \frac{21}{24} - \frac{5}{24} = \frac{16}{24} = \frac{8 \times 2}{8 \times 3} = \frac{2}{3}$.
- Les plus grands nombres premiers communs aux deux écritures sont 2 et 19 :
 $2 \times 19 = 38$ est donc le plus grand naturel diviseur de 342 et 380.
- On peut écrire ces deux nombres en notation décimale, mais on peut aussi écrire :
 $0,9 \times 10^{-5} = 0,9 \times 10^3 \times 10^{-3} \times 10^{-5} = 900 \times 10^{-8}$.
Comme $11 < 900$, 11×10^{-8} m est plus petite que $0,9 \times 10^{-5}$ m.
- Avec un rayon de 3 cm, on a $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 4 \times 3^2 \times \pi = 4 \times 9\pi = 36\pi$.
Avec $\pi \approx 3,14$, on obtient $V \approx 113,04$, soit un volume approché $V \approx 113 \text{ cm}^3$ à 1 cm³ près.
- Si le triangle est rectangle le côté le plus long mesurerait 6,4 cm et le théorème de Pythagore donnerait :
 $6,4^2 = 3,9^2 + 5,2^2$.
Or $6,4^2 = \dots,6$, $3,9^2 = \dots,1$ et $5,2^2 = \dots,4$, donc $3,9^2 + 5,2^2 = \dots,5$
Comme $6 \neq 5$, le théorème de Pythagore n'est pas vérifié, donc le triangle n'est pas rectangle.
- S'il y a j boules jaunes, la probabilité de tirer une boule jaune est égale à $\frac{j}{20} = \frac{1}{5}$, soit $5j = 20$ et enfin $j = 4$.
- Les naturels premiers inscrits sur des secteurs gris sont : 2, 5, 13, et 23 : il y en a 4, donc la probabilité que la flèche indique un secteur angulaire de couleur grise qui contient un nombre premier est égale à $\frac{4}{12} = \frac{4 \times 1}{4 \times 3} = \frac{1}{3}$.

Exercice 2

13 points

- La boule la plus grande a un diamètre de 8,2 cm, si la boule de masse 620 a un diamètre de d cm, on a donc $8,2 - d = 1,2$, soit $d = 8,2 - 1,2 = 7$ (cm).
- Si la masse moyenne était de 626 g la masse totale des 30 boules serait supérieure à $30 \times 626 = 18780$ g.
Or 27 boules (les plus lourdes) ont une masse de $27 \times 633 = 17091$ et ajoutant le poids des trois boules les plus légères : $17091 + 620 + 2 \times 626 = 18963$, ce qui fait une moyenne supérieure à $\frac{18963}{30} = 632,1$ qui est bien supérieure à 626.
 - Il y a 30 valeurs donc la médiane est la 15^e, soit 725.
- Seraient refusées :
 - la plus petite et les 5 les plus grandes;
 - les 6 les plus légères et mais pas les 5 les plus lourdes éliminées pour leur taille

En tout cela fait $1 + 5 + 6 = 12$ boules refusées sur 30 boules présentées soit

$$\frac{12}{30} = \frac{6 \times 2}{6 \times 5} = \frac{2}{5}. \text{ Or } \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \text{ et } \frac{1}{3} = \frac{5}{15}.$$

Comme $\frac{5}{15} < \frac{6}{15}$, $\frac{1}{3} < \frac{12}{30}$: le nombre de boules refusées dépasse le tiers de toutes les boules présentées.

Exercice 3**25 points**

Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre
Lui ajouter 2
Mettre le résultat au carré
Enlever 9

1. **a.** On obtient successivement : $3 \rightarrow 3 + 2 = 5 \rightarrow 5^2 = 25 \rightarrow 25 - 9 = 16$.
- b.** Avec -6 on obtient :
 $-6 \rightarrow -6 + 2 = -4 \rightarrow (-4)^2 = 16 \rightarrow 16 - 9 = 7$.

Dans toute la suite de cet exercice, on appelle x le nombre choisi au départ.

2. Avec x on obtient :
 $x \rightarrow x + 2 \rightarrow (x + 2)^2 \rightarrow (x + 2)^2 - 9$.
3. **a.** D'après l'identité $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, le résultat précédent peut se factoriser :
 $(x + 2)^2 - 9 = (x + 3)^2 - 3^2 = [(x + 2) + 3][(x + 2) - 3] = (x + 5)(x - 1) = (x + 5)(x - 1)$.
- b.** $(x + 5)(x - 1) = 0$ si $\begin{cases} x + 5 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases}$ soit si $\begin{cases} x = -5 \\ x = 1 \end{cases}$
Seuls -5 et 1 introduits au départ conduisent au résultat 0.
- c.** 0 conduit à $(0 + 5) \times (0 - 1) = 5 \times (-1) = -5 < 0$.
4. En développant le premier résultat obtenu :
 $(x + 2)^2 - 9 = x^2 + 4 + 4x - 9 = x^2 + 4x - 5$.
5. On appelle f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 4x - 5$.
 - a.** Non la fonction n'est pas de la forme $f(x) = ax + b$.
 - b.** En utilisant l'écriture développée trouvée ci-dessus, on a :
 $x^2 + 4x - 5 = -5$, soit en ajoutant 5 à chaque membre :
 $x^2 + 4x = 0$ soit en factorisant x : $x(x + 4) = 0$, d'où deux possibilités : $\begin{cases} x = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases}$
d'où finalement : $\begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$
Les antécédents de -5 par f sont 0 et -4 .

Exercice 4**20 points**

1. Le dénivellé (ou la dénivelée) est $AH = 415 - 213 = 262$ (m).
2. Dans le triangle ADH rectangle en A, on a $\sin \widehat{ADH} = \frac{AH}{AD} = \frac{262}{673} \approx 0,389$.
La calculatrice permet d'obtenir $\widehat{ADH} \approx 22,9^\circ$ soit 23° au degré près

3. On a par définition du cosinus : $\cos \widehat{ADH} = \frac{DH}{AD}$, d'où $DH = AD \times \cos \widehat{ADH} \approx 673 \approx 619,9$, soit environ 620 (m).

La pente p est donc égale $p = \frac{262}{620} \approx 0,42$, soit 42 % donc inférieure à 50 %.

4. a. La vitesse moyenne est égale au quotient de la distance parcourue par le temps mis pour parcourir cette distance, soit $v = \frac{673}{4 \times 60} = \frac{673}{240} \approx 2,8$ (m/s).

b. Le projeté orthogonal du point d'attache de la première cabine sur le segment [HA] noté P parcourt 262 m en 4 minutes donc à une vitesse de $\frac{262}{4} = 65,5$ (m/min).

3 minutes après le départ le point P a parcouru : $65,5 \times 3 = 196,5$ (m) : il est comme le point d'attache de la première cabine à l'altitude $213 + 196,5 = 409,5$ (m)

5. Soit x le nombre d'enfants de moins de 15 ans; il y a donc $5 - x$ enfants de 15 à 18 ans. La somme à payer est de deux façons :

$30,20 = 2 \times 5,6 + 3,2x + 4,2(5 - x)$, soit en développant :

$30,2 = 11,2 + 3,2x + 21 - 4,2x$ ou $30,2 = 32,2 - x$ ou $x = 32,2 - 30,2$ et $x = 2$.

La famille Dupond a 2 enfants de moins de 15 ans et 3 entre 15 et 18 ans.

Exercice 5

20 points

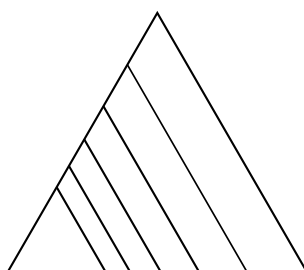


Figure 1

Cette figure n'est pas à l'échelle

Script principal	Bloc « Triangle équilatéral »
Quand est cliqué	définir Triangle équilatéral
s'orienter à 90	répéter 3 fois
aller à x: 0 y= 0	avancer de côté
effacer tout	tourner de degrés
stylo en position d'écriture	
mettre côté à 125	
mettre k à 0,8	
répéter fois	
Triangle équilatéral	
mettre côté à côté * k	

On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » consiste à s'orienter horizontalement vers la droite.

1. a. Il faut dessiner 6 triangles donc répéter 6 fois.
 b. Pour se retrouver dans les conditions initiales il faut tourner 3 fois.
2. Après chaque tracé de triangle la longueur est multipliée par 0,8 et $125 \times 0,8 = 100$.

3. Retrancher 20 % c'est multiplier par $1 - \frac{20}{100} = \frac{100 - 20}{100} = \frac{80}{100} = 0,8$. L'affirmation 1 est vraie.

Si la mesure des côtés d'un triangle est multipliée par k , son aire est multipliée par k^2 , donc les longueurs étant multipliées par 0,8, l'aire est multipliée par $0,8^2 = 0,64$. L'affirmation 2 est vraie.

4. **a.** C'est une homothétie de centre le sommet inférieur gauche du triangle tracé en premier et de rapport 0,8.
b. Une diminution de chaque triangle est obtenue si $k < 1$ et un agrandissement est obtenu si $k > 1$.