∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ∾
série technologique e3c Corrigé du n° 10 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

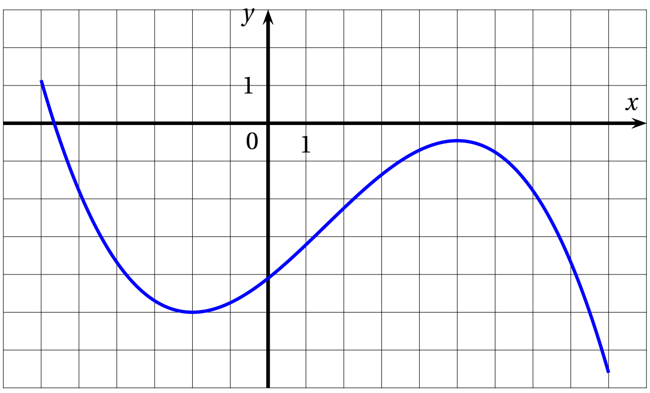
Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

	Énoncé	**Réponse**
1.	0,5 % de 12 641 €	$0,005 \times 12641 = 63,205$ (€)
2.	Développer $(2x+3)^2$	$4x^2 + 12x + 9$.
3.	Donner un antécédent de 0 par $f : \longrightarrow (x+3)(x-1)$	$(x+3)(x-1) = 0$ si $x+3 = 0$ ou si $x-1 = 0$. 0 a deux antécédents -3 et 1.
4.	Résoudre l'inéquation $3 - 2x \geqslant 0$	On a $3 \geqslant 2x$ puis $\frac{3}{2} \geqslant x$. $S = \left]-\infty\,;\,\frac{3}{2}\right]$.
5.	Soit $f(x) = ax^2$ où a est un nombre réel. Donner la valeur de a sachant que $f(-2) = 10$.	$a \times (-2)^2 = 10$, soit $4a = 10$ ou $a = \dfrac{10}{4} = \dfrac{5}{2}$.
6.	Dans une classe de première, 42 % des élèves sont des garçons et parmi eux, 4 % sont internes. Donner le pourcentage des garçons internes.	On a $\dfrac{42}{100} \times \dfrac{4}{100} = \dfrac{168}{10000} = \dfrac{1,68}{100} = 1,68\,\%$.
7.	La population d'une ville de 1 520 habitants baisse chaque année de 10 %. Donner l'arrondi à l'unité du nombre d'habitants au bout de 3 ans.	Baisser de 10 % revient à multiplier par 0,9; la population au bout de trois ans est donc $1\,520 \times 0,9^3 = 1\,108,81 \approx 1\,109$.

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-6\,;\,9]$.

Cette fonction est celle qui est considérée dans les questions 8 à 10.



8.	$f(-5)$ est égal à :	$f(-5) \approx -2$.
9.	L'antécédent de -2 par la fonction f est :	-2 a trois antécédents : -5, 2 et 7.
10.	f est décroissante sur les intervalles :	$[-6\,;\,-2]$ et $[5\,;\,9]$.

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

Les 500 élèves de Première d'un lycée se répartissent de la façon suivante :

	Filles	Garçons	TOTAL
Externes	70	110	180
Demi-pensionnaires	180	120	300
Internes	10	10	20
TOTAL	260	240	500

1. **a.** Calculer le pourcentage d'internes.

Le pourcentage d'internes est égal à : $\dfrac{20}{500} = \dfrac{5 \times 4}{5 \times 100} = \dfrac{4}{100} = 4\,\%$.

b. Calculer le pourcentage de filles demi-pensionnaires.

Le pourcentage de filles demi-pensionnaires est égal à $\dfrac{180}{500} = \dfrac{5 \times 36}{5 \times 100} = \dfrac{36}{100} = 36\,\%$.

2. On interroge un élève au hasard parmi les 500. Tous les élèves ont la même probabilité d'être interrogés.

On considère les évènements suivants :

F : « l'élève interrogé est une fille » ;

E : « l'élève interrogé est externe » ;

D : « l'élève interrogé est demi-pensionnaire » ;

I : « l'élève interrogé est interne ».

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

a. Traduire par une phrase l'évènement $D \cap \overline{F}$.

$D \cap \overline{F}$ est l'évènement : « l'élève interrogé est demi-pensionnaire et n'est pas une fille ».

b. Calculer les probabilités $P\left(D \cap \overline{F}\right)$, $P\left(\overline{F}\right)$ et $P(E \cap F)$.

- $P\left(D \cap \overline{F}\right) = \dfrac{120}{500} = \dfrac{24}{100} = \dfrac{6}{25} = 0,24$.
- $P\left(\overline{F}\right) = \dfrac{240}{500} = \dfrac{48}{100} = \dfrac{12}{25} = 0,48$.
- $P(E \cap F) = \dfrac{70}{500} = \dfrac{7}{50} = \dfrac{14}{100} = 0,14$.

c. Calculer $P_E(F)$ et traduire le résultat par une phrase.

$P_E(F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(E)} = \dfrac{\frac{70}{500}}{\frac{180}{500}} = \dfrac{70}{180} = \dfrac{7}{18}$.

La probabilité que l'élève interrogé soit une fille sachant que c'est un externe est égale à $\dfrac{7}{18}$.

Exercice 3 **5 points**

Une entreprise fabrique et commercialise des trottinettes. La capacité maximale de production de l'entreprise est de 21 trottinettes.

Le coût total de fabrication (en euros) de x trottinettes est modélisé par la fonction C définie par :

$$C(x) = 2x^3 - 50x^2 + 452x.$$

Le prix de vente est de 200 € par trottinette.

1. Calculer, pour 12 objets fabriqués et vendus, le coût de fabrication, la recette et le bénéfice.

$C(12) = 2 \times 12^3 - 50 \times 12^2 + 452 \times 12 = 3\,456 - 7\,200 + 5\,424 = 1\,680$;

Recette : $200 \times 12 = 2\,400$;

Bénéfice : $2\,400 - 1\,680 = 720$ (euros).

2. On note $R(x)$ et $B(x)$ la recette et le bénéfice pour x trottinettes vendues.

a. Exprimer $R(x)$.

$R(x) = 200x$.

b. Montrer que le bénéfice réalisé pour x trottinettes vendues est :

$$B(x) = -2x^3 + 50x^2 - 252x.$$

On a $B(x) = 200x - \left(2x^3 - 50x^2 + 452x\right) = 200x - 2x^3 + 50x^2 - 452x = -2x^3 + 50x^2 - 252x$.

3. **a.** Montrer que $B(x) = -2x(x-7)(x-18)$.
$(x-7)(x-18) = x^2 - 18x - 7x + 126 = x^2 - 25x + 126$, puis :
$-2x(x-7)(x-18) = -2x\left(x^2 - 25x + 126\right) = -2x^3 + 50x^2 - 252x = B(x)$.
L'écriture factorisée est donc $B(x) = -2x(x-7)(x-18)$.

b. Étudier le signe de $B(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,21]$ et interpréter le signe de $B(x)$ dans le contexte de l'exercice.
On dresse un tableau de signes :

x	0		7		18		21
$-2x$	0	$-$		$-$		$-$	
$x-7$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-18$		$-$		$-$	0	$+$	
$B(x)$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Ceci montre que l'entreprise gagnera de l'argent uniquement en vendant entre 7 et 18 trottinettes (donc de 7 à 17 trottinettes).

Exercice 4 **5 points**

Une entreprise reconditionne des téléphones portables. Cette entreprise reconditionne entre 1 000 et 6 000 téléphones portables par mois. On note x le nombre de téléphones reconditionnés sur un mois. Le bénéfice B en euro réalisé par la vente de x téléphones reconditionnés est donné par la fonction B représentée ci-après.
On admet que $B(x) = -0,003x^2 + 30x - 48\,000$.

1. La courbe ci-dessous est la représentation graphique de la fonction B sur l'intervalle $[1\,000\,;\,6\,000]$.

a. Pourquoi peut-on dire que cette courbe est portée par une parabole ? Justifier.
On sait que la représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré ($a = -0,003 \neq 0$) est une parabole.

b. Déterminer graphiquement une valeur approchée du bénéfice maximal.
Graphiquement on trouve un bénéfice maximal de 27 000 €.

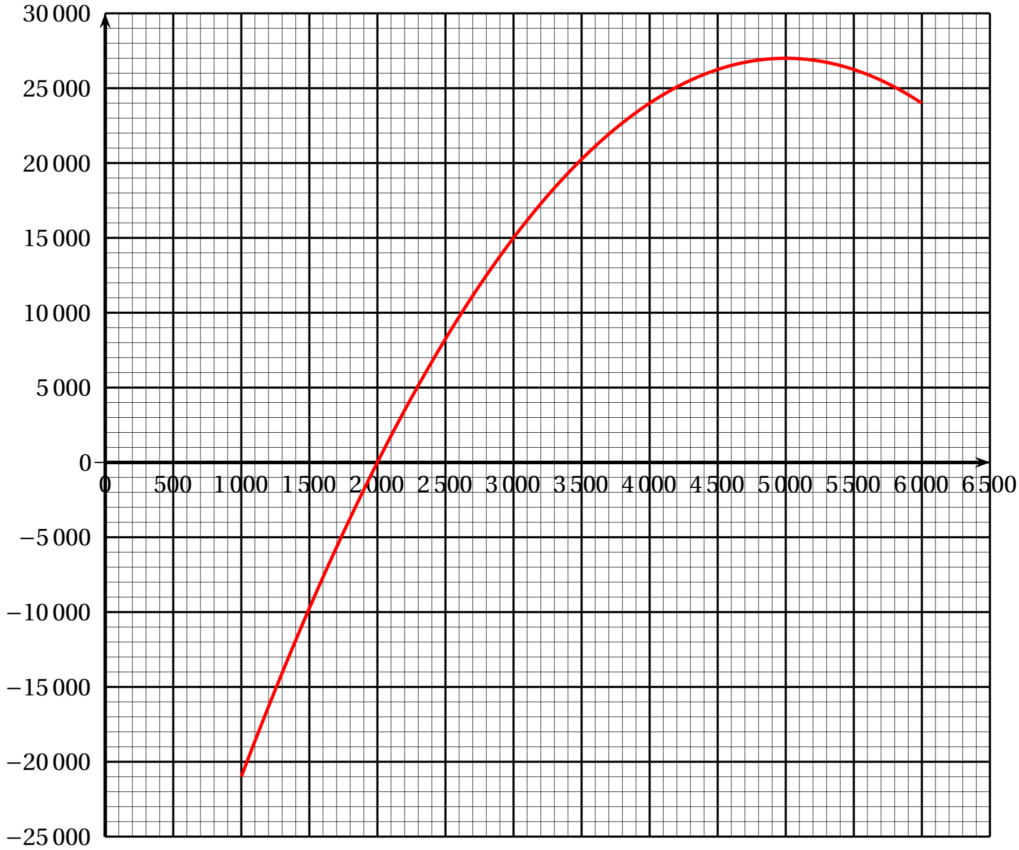
2. **a.** On désigne par B' la fonction dérivée de la fonction B. Calculer $B'(x)$.
$B'(x) = -0,006x + 30$.

b. En déduire le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[1\,000\,;\,6\,000]$.

- $B'(x) > 0$ si $-0,006x + 30 > 0$, donc si $30 > 0,006x$ ou $\dfrac{30}{0,006} > x$, soit finalement si $x < 5\,000$;
- $B'(x) < 0$ si $-0,006x + 30 < 0$, donc si $30 < 0,006x$ ou $\dfrac{30}{0,006} < x$, soit finalement si $x > 5\,000$;
- $B'(x) = 0$ si $x = 5\,000$.

On en déduit que la fonction est croissante sur l'intervalle $[1\,000\,;\,5\,000]$ et décroissante sur l'intervalle $[5\,000\,;\,6\,000]$. Elle a donc un maximum $B(5000) = -0,003 \times 5000^2 + 30 \times 5000 - 48\,000 = 27\,000$. (ce qui confirme la question 1. b.)

c. **Recopier sur votre copie** la fonction donnée ci-dessous et compléter la ligne 10 de cette fonction afin qu'elle retourne la valeur exprimée en euros du bénéfice maximal.




```
def beneficemax():
    x=1 000
    B = −0,003 ∗ x ∗ ∗2 + 30 ∗ x− 48 000
    M = B
    for x in range(1 001, 6 001) :
        B = - 0,003*x**2+30*x - 48 000
        if B > M :
            M = B
    return M
```