∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Corrigé du sujet 54 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 — 5 points

1. Si $\sin x = \dfrac{1}{3}$ alors
   Réponse **a.**
2. Parmi les paraboles ci-dessous laquelle représente une fonction qui n'admet aucune racine ?
   Réponse **d.** : la parabole n'a pas de point commun avec l'axe des abscisses.
3. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 2x - \dfrac{1}{x}$
   Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :
   On a $f'(x) = 2 + \dfrac{1}{x^2}$, donc en particulier : $f'(1) = 2 + 1 = 3$. Réponse **b.**
4. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, l'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ tels que
   $x^2 - 2x + y^2 + 6y + 2 = 0$ est :

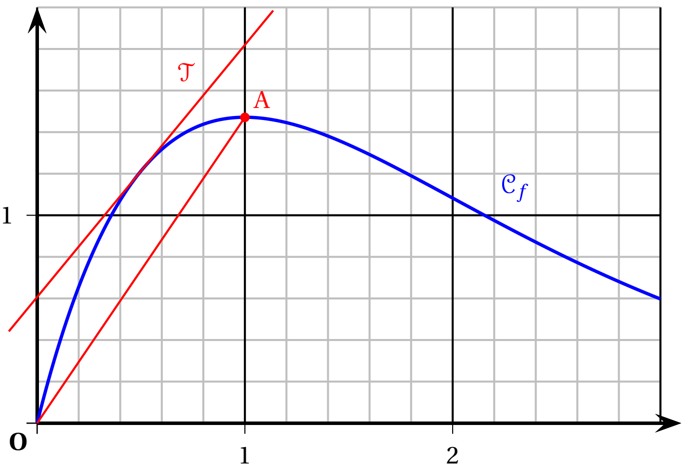
   $x^2 - 2x + y^2 + 6y + 2 = 0$ peut s'écrire : $(x-1)^2 - 1 + (y+3)^2 - 9 + 2 = 0$ soit $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$ ceci est l'équation du cercle de centre $\Omega(1\ ;\ 3)$ et de rayon $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.
5. L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est :
   $E(X) = -10 \times \dfrac{1}{4} + 6 \times \dfrac{3}{8} + 10 \times \dfrac{3}{8} = -2,5 + 2,25 + 3,75 = 6 - 2,5 = 3,50$ (€).(*remarque* : 3,50 et non 3,5 car le décime d'euro n'existe pas en Europe)

EXERCICE 2 — 5 points

1. Retrancher 4 % de quelque chose c'est le multiplier par $1 - \dfrac{4}{100} = 1 - 0,04 = 0,96$.
   Quel que soit le naturel n, on a donc $u_{n+1} = 0,96u_n$ ce qui montre que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,96, de premier terme $u_0 = 900$.
2. On obtiendra pour Suite(5) : $\approx 733,835$ soit environ 734.
3. On sait que pour tout naturel n, on a $u_n = 900 \times 0,96^n$.
4. 2030 correspond à $n = 21$ et $u_{11} = 900 \times 0,96^{11} \approx 598$: la maternité sera donc fermée à la fin de cette année 2030.
5. On a $u_9 \approx 623$ et $u_{10} \approx 598$.
   La maternité devrait fermer en 2029.

EXERCICE 3 — 5 points

1.



On lit un maximum approximatif $f(1) \approx 1,4$.

2. Pour tout réel x de $\mathbb{R}$, donc en particulier de l'intervalle $[0\,;\,3]$:
$f'(x) = 4\mathrm{e}^{-x} - 4x\mathrm{e}^{-x} = \mathrm{e}^{-x}(4-4x) = 4\mathrm{e}^{-x}(1-x)$.

3. On sait que pour tout réel x, $\mathrm{e}^{-x} > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $1-x$.
Donc $f'(x) > 0$ si et seulement si $0 < x < 1$ et $f'(x) < 0$si et seulement si $1 < x < 3$.

4. De la question précédente on en déduit que :

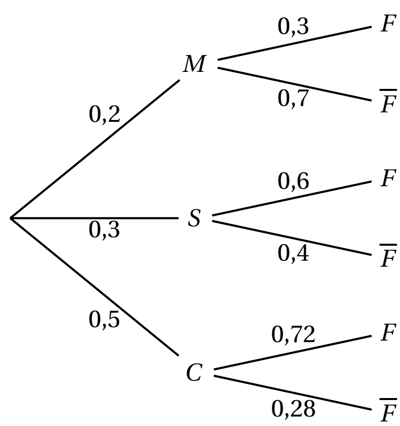
— f est croissante sur $[0\,;\,1]$ de $f(0) = 0$ à $f(1) = 4 \times 1 \times \mathrm{e}^{-1} = \dfrac{4}{\mathrm{e}} \approx 1,471$.

— f est décroissante de $f(1) = \dfrac{4}{\mathrm{e}}$ à $f(3) = 4 \times 3\mathrm{e}^{-3} = \dfrac{12}{\mathrm{e}^3} \approx 0,597$.

5. • la droite (OA) a pour coefficient directeur $\frac{\frac{4}{\mathrm{e}}}{1} = \frac{4}{\mathrm{e}} \approx 1,471$;
• On sait que la droite $\mathcal{T}$ tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0,5 a un coefficient directeur égal à $f'(0,5)$:
$f'(0,5) = 4(1-0,5)\mathrm{e}^{-0,5} = 2\mathrm{e}^{-0,5} \approx 1,213$.
La droite (OA) est plus « pentue » que la tangente $\mathcal{T}$.

Exercice 4 **5 points**

1. On a $p(M) = \dfrac{30}{150} = \dfrac{1}{5}\dfrac{2}{10} = 0,2$; $p(S) = \dfrac{45}{150} = \dfrac{9}{30}\dfrac{3}{10} = 0,3$; $p(C)) = 1 - (0,2+0,3) = 1 - 0,5 = 0,5$ (ou $\dfrac{75}{150} = 0,5$) .



2. On calcule $p(F \cap M) = p(M \cap F) = p(M) \times p_M(F) = 0,2 \times 0,3 = 0,06$.

3. On a de même $p(F\cap S) = p(S\cap F) = p(S)\times p_S(F) = 0,3\times 0,6 = 0,18$;
$p(F\cap C) = p(C\cap F) = p(C)\times p_S(F) = 0,5\times 0,72 = 0,36$.
D'après la loi des probabilités totales :
$p(F) = p(F\cap M) + p(F\cap S) + p(F\cap C) = 0,06 + 0,18 + 0,36 = 0,60$.

4. On a $p(F\cap M) = 0,06$ et $p(F)\times p(M) = 0,6\times 0,2 = 0,12$, donc :
$p(F\cap M) \neq p(F)\times p(M)$: les évènements F et M ne sont pas indépendants.

5. On a $p(F) = 0,6$, donc $p\left(\overline{F}\right) = 1 - 0,6 = 0,4$ (probabilité de choisir un garçon)

Donc $p_{\overline{F}}(C) = \dfrac{p\left(\overline{F}\cap C\right)}{p\left(\overline{F}\right)} = \dfrac{0,5\times 0,28}{0,4} = \dfrac{0,14}{0,4} = \dfrac{14}{40} = 0,35$.