

✨ Corrigé du Brevet de technicien supérieur Polynésie ✨

Mai 2026 – Comptabilité et gestion

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES 2 heures

Exercice 1

10,5 points

La Commission Nationale de l'Informatique et des Libertés (CNIL) est un organisme chargé de veiller à la protection des données personnelles contenues dans les fichiers numériques ou papiers. Pour cela, elle effectue des contrôles et a un pouvoir de mise en demeure et de sanction.

Partie A

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul d'un tableur, donne l'évolution du nombre de mises en demeure prononcées par la CNIL sur les dernières années (source : CNIL, rapport annuel 2024).

	A	B	C	D	E
1	Année	2021	2022	2023	2024
2	Rang de l'année : x_i	0	1	2	3
3	Nombre de mises en demeure prononcées : y_i	135	147	168	180

1. $147 - 135 = 12$ et $168 - 147 = 21$. Or $12 \neq 21$ donc les nombres 135, 147 et 168 ne sont pas les termes consécutifs d'une suite arithmétique.
2. À l'aide de la calculatrice, on détermine une équation de la droite d'ajustement de y en x sous la forme $y = ax + b$, selon la méthode des moindres carrés : $y = 15,6x + 134,1$.
3. Dans cette question, on décide d'ajuster le nuage de points de cette série statistique $(x_i ; y_i)$ par la droite d'équation : $y = 16x + 134$.

- a. L'année 2026 correspond au rang 5.

Pour $x = 5$, on a : $y = 16 \times 5 + 134 = 80 + 134 = 214$.

Donc on peut estimer à 214 le nombre de mises en demeure en 2026.

- b. Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de mises en demeure dépassera 300 pour la première fois, revient à déterminer la valeur de x telle que $y > 300$. On résout cette inéquation.

$$Y > 300 \iff 16x + 134 > 300 \iff 16x > 166 \iff x > \frac{166}{16} \iff x > 10,375$$

Donc c'est à partir du rang 11 que le nombre de mises en demeure dépassera 300, ce qui correspond à l'année 2032.

Partie B

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul d'un tableur, donne l'évolution du nombre de sanctions prononcées par la CNIL sur les dernières années (CNIL, rapport annuel 2024).

	A	B	C	D	E
1	Année	2021	2022	2023	2024
2	Nombre de sanctions prononcées	18	21	42	87
3	Indices (base 100 en 2021)	100,0	116,7	233,3	483,3

1. a. L'indice 100 correspond à un nombre de sanctions égal à 18.

Si le nombre de sanctions est 21, l'indice sera $\frac{21}{18} \times 100$, soit 116,7 à 0,1 près.

La formule à entrer en C3 est donc : = C2 * \$B\$3 / \$B\$2

- b. $\frac{42}{18} \times 100 \approx 233,33$,

donc la valeur contenue dans la cellule D3 du tableau arrondie à 0,1 est 233,3.

2. Le taux d'évolution du nombre de sanctions entre 2022 et 2024 est $\frac{87-21}{21} \times 100$ soit, en arrondissant au dixième, 314,3 %..

3. a. Le taux d'évolution T du nombre de sanctions entre 2021 et 2024 est $\frac{87-18}{18} \times 100$ soit, en arrondissant au dixième, 383,3 %..

- b. Il y a 3 ans entre 2021 et 2024.

Le taux d'évolution annuel moyen correspondant est le nombre t tel que :

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right)^3 = 1 + \frac{T}{100}, \text{ soit : } 1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{383,3}{100}\right)^{\frac{1}{3}}, \text{ soit : } t = 100 \times \left(\left(1 + \frac{383,3}{100}\right)^{\frac{1}{3}} - 1\right).$$

On trouve : $t \approx 69,1$.

Partie C

On suppose dans cette question qu'à partir de l'année 2024, le nombre de sanctions va augmenter tous les ans de 69 %.

On décide de modéliser ce nombre par une suite (u_n) où u_n désigne le nombre de sanctions prises pour l'année $(2024 + n)$. On a ainsi : $u_0 = 87$.

1. Augmenter de 69 %, c'est multiplier par $\left(1 + \frac{69}{100}\right) = 1,69$.

$$u_1 = u_0 \times 1,69 = 87 \times 1,69 \approx 147$$

$$u_2 = u_1 \times 1,69 = 147 \times 1,69 \approx 248$$

2. On passe du terme u_n au terme u_{n+1} en multipliant par 1,69, donc la suite (u_n) est géométrique de raison $q = 1,69$.

3. On en déduit que pour tout entier naturel n , on a : $u_n = u_0 \times q^n = 87 \times 1,69^n$.

4. a. On complète les lignes 4 et 5 de l'algorithme ci-dessous afin qu'après son exécution, la variable N contienne l'année à partir de laquelle, selon ce modèle, le nombre de sanctions prononcées par la CNIL dépassera 5 000 pour la première fois.

1	$N \leftarrow 0$
2	$U \leftarrow 87$
3	Tantque $U \leq 5000$
4	$N \leftarrow N + 1$
5	$U \leftarrow U * 1.69$
6	Fin Tant que
7	$N \leftarrow N + 2024$

- b. $87 \times 1,69^7 \approx 3\,426$ et $87 \times 1,69^8 \approx 5\,789$ donc la valeur contenue dans la variable N à la fin de l'exécution de l'algorithme précédent est $8 + 2024 = 2032$.

Exercice 2

9,5 points

Une maison de santé est une structure regroupant plusieurs professionnels de santé qui travaillent de façon coordonnée au service des patients.

Partie A

Dans le but d'améliorer l'accueil et les soins, les responsables de cette maison de santé ont réalisé un sondage anonyme sur leurs patients.

Ce sondage a donné les résultats suivants :

- 18 % des patients souffrent d'une affection de longue durée (ALD).
- 13 % des patients se rendent à la maison de santé en utilisant un véhicule sanitaire léger (VSL) ou un taxi. Les autres se rendent à la maison de santé par leurs propres moyens.
- Parmi les patients qui se rendent à la maison de santé en utilisant un véhicule sanitaire léger (VSL) ou un taxi, 85 % souffrent d'une ALD.

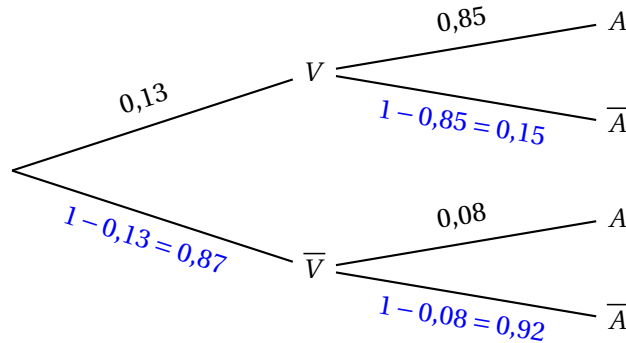
On choisit au hasard un patient concerné par ce sondage. Tous les patients ont la même probabilité d'être choisis.

On s'intéresse alors aux événements suivants :

- V : le patient utilise un VSL ou un taxi pour se rendre à la maison de santé
- A : le patient souffre d'une ALD.

- 13 % des patients se rendent à la maison de santé en utilisant un véhicule sanitaire donc $P(V) = 0,13$.
 - 18 % des patients souffrent d'une affection de longue durée (ALD) donc $P(A) = 0,18$.
 - Parmi les patients qui se rendent à la maison de santé en utilisant un véhicule sanitaire léger (VSL) ou un taxi, 85 % souffrent d'une ALD donc $P_V(A) = 0,85$.
- $P(V \cap A) = P(V) \times P_V(A) = 0,13 \times 0,85 = 0,1105$.
 - D'après la formule des probabilités totales : $P(A) = P(V \cap A) + P(\overline{V} \cap A)$ donc $P(A) - P(V \cap A) = P(\overline{V} \cap A)$ donc $0,18 - 0,1105 = P(\overline{V} \cap A)$ donc $P(\overline{V} \cap A) = 0,0695$
- $P_{\overline{V}}(A) = \frac{P(\overline{V} \cap A)}{P(\overline{V})} = \frac{0,0695}{1 - 0,13} = \frac{0,0695}{0,87} \approx 0,080$

b. On compléter l'arbre pondéré suivant :



$$4. P_A(\bar{V}) = \frac{P(\bar{V} \cap A)}{P(A)} = \frac{0,87 \times 0,08}{0,18} \approx 0,387$$

Donc, parmi les personnes souffrant d'une ALD, il y en a environ 38,7 % viennent par leurs propres moyens, donc moins de 40 %.

Partie B

Pour un patient de cette maison de santé, le temps passé dans la salle d'attente avant d'être pris en charge est modélisé par la variable aléatoire T qui suit la loi uniforme sur $[0; 30]$ (valeurs exprimées en minutes).

1. L'espérance mathématique d'une loi uniforme sur un intervalle $[a; b]$ est $\frac{a+b}{2}$.

Donc le temps d'attente moyen est, en minutes, de $\frac{0+30}{2} = 15$.

2. a. $P(5 \leq T \leq 12) = \frac{12-5}{30-0} = \frac{7}{30} \approx 0,23$

b. Il y a donc en moyenne 23 % des patients qui attendent entre 5 et 12 minutes.

3. La probabilité qu'un patient passe plus de 25 minutes dans la salle d'attente est :

$$P(T \geq 25) = \frac{30-25}{30} = \frac{1}{6}.$$

Partie C

Les responsables de la maison médicale envisagent de faire construire une extension pour pouvoir y accueillir davantage de professionnels de santé. Le coût des travaux est évalué à 300 000 €.

Les responsables contractent à la banque un prêt de 300 000 € remboursable en 5 annuités constantes au taux annuel de 3 %.

On rappelle que si C désigne le capital emprunté, t désigne le taux annuel de emprunt et n désigne le nombre d'annuités, alors le montant d'une annuité constante a est égal à :

$$a = C \times \frac{t}{1 - (1+t)^{-n}}$$

1. $C = 300\,000$, $n = 5$ et $t = \frac{3}{100} = 0,03$

$$\text{L'annuité en euros est donc : } a = 300\,000 \times \frac{0,03}{1 - (1+0,03)^{-5}} \approx 65\,506,37.$$

2. Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul d'un tableur, est le tableau d'amortissement incomplet correspondant à cet emprunt.

	A	B	C	D	E
1	Année	Capital restant dû en début d'année	Intérêts dus	Amortissement du capital	Annuité constante
2	1	300 000,00 €	9 000,00 €	56 506,37 €	65 506,37 €
3	2	243 493,63 €			65 506,37 €
4	3				65 506,37 €
5	4				65 506,37 €
6	5				65 506,37 €

- a.
- Le taux annuel d'intérêt est de 3 %, donc on entre dans C2 la formule :

$$= B2 * 0.03$$
 - Le montant de l'amortissement est la différence entre le montant de l'annuité et le montant des intérêts payée; donc la formule à entrer dans D2 est :

$$= E2 - C2$$
- b.
- $300\,000 \times 0,03 = 9\,000$, donc en C2, il y aura 9 000 €.
 $65\,506,37 - 9\,000 = 56\,506,37$ donc en D2, il y aura 56 506,37 €.
 - L'année 1, il y a 300 000 € à rembourser et on rembourse 56 506,37 € de capital la 1^{re} année..
 $300\,000 - 56\,506,37 = 243\,493,63$ donc en B3 il y aura 243 493,63 € qui est la somme qui reste à rembourser.

3. On a payé 5 annuités de 65 506,37 € chacune.

$$65\,506,37 \times 5 = 327\,531,85$$

On doit rembourser 300 000 €.

$$327\,531,85 - 300\,000 = 27\,531,85$$

Donc le coût du crédit est de 27 531,85 €.