Solution de Richard Beczkowski (*Dijon)*

Schématisons l'instrument pour une étude géométrique :

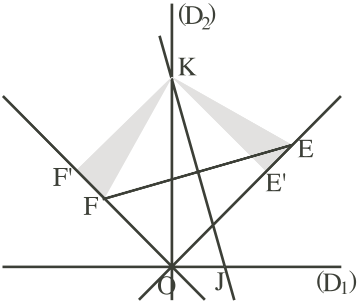
– pour le carré ABCD, de centre O, prenons les deux droites (D_1) et (D_2) perpendiculaires (ses médianes) avec leurs bissectrices (BD) et (AC) (les diagonales du carré) ;
– pour le rectangle sa base [EF] de longueur d, demi diagonale du carré, et sa médiatrice. Le point E se déplace sur le segment [AC] alors que F décrit [BD].

La médiatrice de [EF] coupe (D_1) en J et (D_2) en K.

Les points E′ et F′ sont les projections orthogonales de K sur les droites (OE) et (OF).

Le point K étant intersection de la médiatrice de [EF] et de la bissectrice de l'angle $\left(\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OF'}\right)$, les distances KE et KF d'une part, KE′ et KF′ d'autre part sont égales.

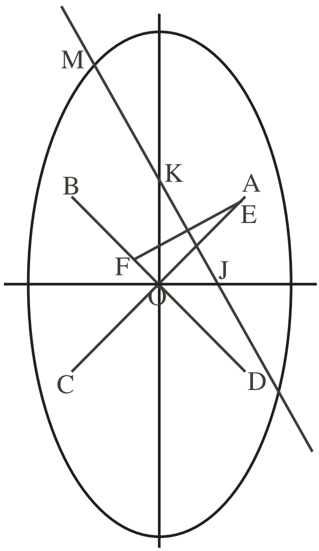
Dans la rotation de centre K qui amène E′ et (OE)



sur F′ et (OF′) – son angle est donc $\frac{\pi}{2}$ – le point E′ a pour image F′.

Le triangle EKF est rectangle isocèle en K. C'est aussi le cas du triangle EJF. Le quadrilatère EKFJ est un carré et KJ = EF = d.

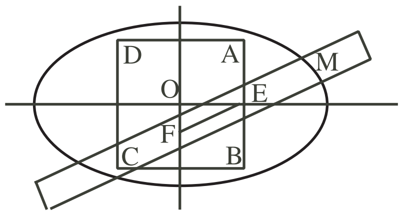
La pointe du crayon est en M sur la médiatrice de [EF].



***Les points* J, K, M *matérialisent la célèbre bande de papier qui permet le tracé par points d'une ellipse d'axes* (D_1) et (D_2), *le demi grand axe est* JM *et le demi petit axe est* KM.**

Pratiquement la plus petite ellipse que l'on puisse tracer sans empiéter sur le carré, est circonscrite à ce dernier. Si on place le crayon sur la droite (EF) il dessine une ellipse d'axes (OA) et (OB) dont le petit axe ne peut pas être plus court que la diagonale du carré.

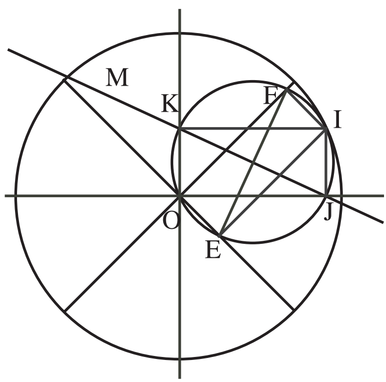
Quelqu'un verrait-il une raison de ne pas utiliser le dispositif suivant qui donne le même résultat que celui proposé ?



Il doit bien y avoir encore quelques « poilus » pour reconnaître un magnifique exemple de mouvement plan sur plan !

Le plan mobile (la planche rectangulaire) glisse, théoriquement sans frottement, sur le plan fixe du carré.

À chaque instant tout se passe comme si le mouvement était circulaire autour d'un point appelé centre instantané de rotation. Toutes les normales aux trajectoires des points liés au plan mobile passent par ce centre. C'est ici le point I dont la trajectoire dans le plan fixe, le cercle de centre O et de rayon d, est la base du mouvement alors que la trajectoire de I dans le plan mobile, le cercle de rayon $\frac{d}{2}$ dont le centre est le milieu de [EF], en est la roulante.



On peut, moyennant quelques calculs peu compliqués, montrer que tous les points liés au plan mobile décrivent une ellipse qui peut éventuellement être un cercle ou un segment de droite. Rappelons que les droites (EF) et (KJ) enveloppent chacune une astroïde.