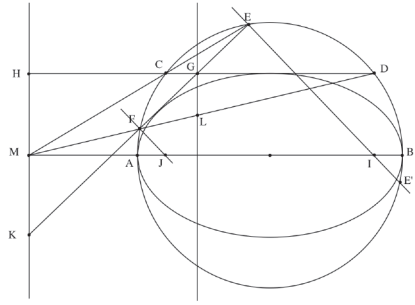
Solution de Georges Lion (Wallis)

1) (EF) et (CD) se coupent en un point G sur la polaire de M par rapport à (C).
Cette polaire est perpendiculaire à (AB) et coupe (MD) en L. Par Thalès et sachant [MLFD] = −1, on a :
LG/HM = DL/DM = FL/FM = LG/KM, d'où HM = KM.



2) Les perpendiculaires menées en E et F à (EF) coupent (AB) en I et J. Les angles à côtés perpendiculaires FKM et MIE sont égaux, et $\widehat{\text{EMI}} = \widehat{\text{ECD}}$ (correspondants) = $\widehat{\text{EFD}}$ (inscrits) = $\widehat{\text{MFK}}$ (opposés par le sommet).
Les triangles FKM et MIE sont semblables d'où KM/IE = FM/ME.
On démontre de même KM/JF = EM/FM.
En rassemblant :

$$\text{IE} \cdot \text{JF} = \text{KM}^2 = \text{HM}^2 = \frac{\left(\text{AB}^2 - \text{CD}^2\right)}{4}.$$

(EI) recoupe (C) en E' diamétralement opposé à F donc on obtient :

$$\frac{\left(\text{AB}^2 - \text{IJ}^2\right)}{4} = \text{IB} \cdot \text{IA} = \text{IE}' \cdot \text{IE} = \text{JF} \cdot \text{IE} = \frac{\left(\text{AB}^2 - \text{CD}^2\right)}{4}.$$

Les points I et J sont fixes comme projetés de C et D sur (AB) et la droite (EF) reste tangente à l'ellipse de foyers I et J et de cercle principal (C).