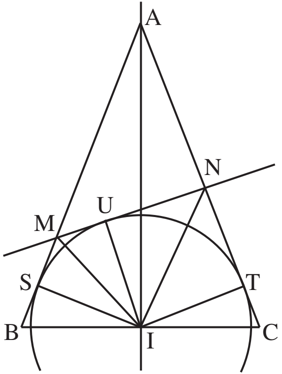
*Solution de Raymond Raynaud (Digne)*




Soit S, T et U les points de contact du cercle et des droites AB, AC et MN.
M et N appartiennent respectivement à [AS] et [AT].

Posons $\alpha = \widehat{IAB}$ et notons que $\widehat{MIN} = \frac{1}{2}\widehat{SIT} = \frac{\pi}{2} - \alpha$.

Pour démontrer l'égalité demandée il suffit de prouver que les deux triangles BMI et CIN sont semblables.
En effet il en résultera que

$$\frac{BM}{BI} = \frac{CI}{CN},\quad BM \times CN = BI \times CI = \frac{BC^2}{4}.$$

Quant à la similitude des deux triangles, elle résultera de l'égalité $\widehat{BMI} = \widehat{CIN}$, à établir :

$$\widehat{BMI} = \frac{\pi}{2} - \widehat{MIS} = \frac{\pi}{2} - \widehat{MIU},$$

$$\widehat{CIN} = \alpha + \widehat{NIT} = \alpha + \widehat{NIU},$$

$$\widehat{BMI} - \widehat{CIN} = \frac{\pi}{2} - \alpha - \widehat{MIN} = 0.$$

CQFD.