Solutions : Jean-Paul Thabaret (Grenoble), Michèle Malléus (Châtenay-Malabry), Pierre Renfer (Saint Georges d'Orques),

• Voici les solutions de Jean-Paul Thabaret.

A. Réponse A).

Les angles $\widehat{OPS}$ et $\widehat{OSP}$ sont égaux (angles à la base dans un triangle isocèle).

Donc $\widehat{OSP} = 55°$. Comme l'angle $\widehat{OSX}$ est un angle droit,

$$\widehat{PSX} = 90° - \widehat{OSP} = 90° - 55° = 35°.$$

B. • Il s'agit de trouver la moyenne m d'une variable aléatoire X suivant une loi normale d'écart-type 1,2 sachant que 3% des observations sont inférieures ou égales à 7,5.

Soit Y la variable aléatoire définie par $Y = \dfrac{X - m}{1{,}2}$. La loi de Y est la loi normale centrée réduite.

La probabilité de l'événement (X ≤ 7,5) est égale à la probabilité de l'événement $\left(Y \le \dfrac{7{,}5 - m}{1{,}2}\right)$ donc la probabilité de l'événement $\left(Y \le \dfrac{7{,}5 - m}{1{,}2}\right)$ est 0,03.

Une table de la loi normale centrée réduite indique que la probabilité de l'événement (Y ≤ 1,88) est peu différente de 0,97 ; donc la probabilité de l'événement (Y ≤ -1,88) est peu différente de 0,03.

On peut donc considérer que $\dfrac{7{,}5 - m}{1{,}2} \approx -1{,}88$ et donc que $m \approx 7{,}5 + 1{,}2 \times 1{,}88$.

La moyenne m cherchée est donc $m \approx 9{,}76$.

• Il s'agit de trouver l'écart-type σ d'une variable aléatoire X suivant une loi normale de moyenne 85 sachant que 30% des observations sont supérieures ou égales à 92.

Soit Y la variable aléatoire définie par $Y = \dfrac{X - 85}{\sigma}$. La loi de Y est la loi normale centrée réduite.

La probabilité de l'événement (X ≥ 92) est égale à la probabilité de l'événement $\left(Y \ge \dfrac{7}{\sigma}\right)$; donc la probabilité de l'événement $\left(Y \ge \dfrac{7}{\sigma}\right)$ est 0,3.

Une table de la loi normale centrée réduite indique que la probabilité de l'événement (Y ≤ 0,525) est peu différente de 0,7 donc la probabilité de l'événement (Y ≥ 0,525) est peu différente de 0,3.

On peut donc considérer que $\dfrac{7}{\sigma} \approx 0{,}525$. L'écart-type cherché σ est donc ≈13,33.

Remarque.

Contrairement à Jean-Paul Thabaret, je ne dispose pas des « tables de la loi ». J'utilise la répartition inverse fournie par ma calculatrice et j'obtiens
pour le premier calcul : −1.880793608 → 7.5 – 1.2 × ans → 9.75695233 ;
pour le second : 0.5244005127 → 7/ans → 13.34857581.