

Solutions : Pierre Renfer (Saint Georges d'Orques), Maurice Bauval (Versailles), Jean-Pierre Friedelmeyer (Osenbach).

Voici la solution de l'auteur.

Analyse du problème

Soient A, B, C, D les quatre points donnés, $(a), (b), (c), (d)$ les quatre droites cherchées, (a) passant A , (b) passant par B , etc. et ab le point d'intersection de (a) et (b) , etc. Le point ab est situé sur le cercle de diamètre $[AB]$ et de même pour les

autres intersections. Ils définissent en général un rectangle dont les côtés passent par les points ABCD. Les bissectrices des paires de droites choisies parmi les droites (a), (b), (c), (d) passent nécessairement par l'un ou l'autre des milieux des demi-cercles lieux des sommets du rectangle. Ces milieux sont fixes. Le rectangle sera un carré si et seulement si deux telles bissectrices en des sommets opposés sont confondues définissant alors une diagonale d'un carré solution. Nous avons placé sur la figure 1 ci-dessous les huit points fixes considérés (deux par cercle) et chaque paire de points choisie sur des cercles pour des diamètres opposés, avec la bissectrice issue du point ad passant par le point fixe S' et celle du point opposé bc passant par le point fixe T'. La figure 2 montre alors une solution définie par la diagonale (S'T').

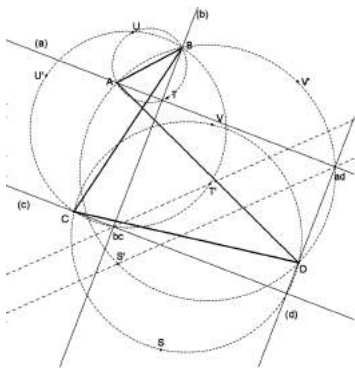


figure 1

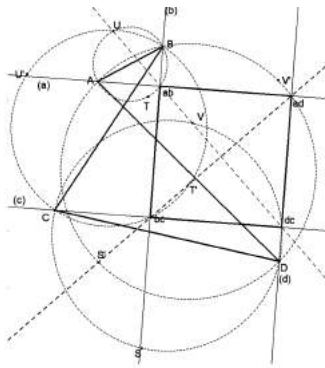
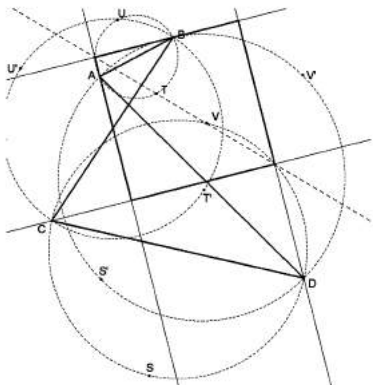


figure 2

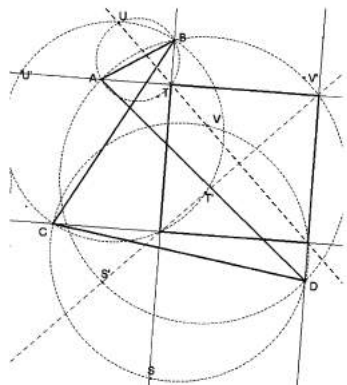
Il y a donc *a priori* autant de solutions qu'il y a de paires de points choisis comme indiqué, soit $2 \times 2 \times 2 = 8$, en associant à chacun des points U et T du cercle de diamètre [AB] les deux points du cercle de diamètre [CD] et à chacun des points U' et T' du cercle de diamètre [BC] les deux points du cercle de diamètre [AD]. En réalité il n'y en a que 6 car (UV) et (T'S') correspondent à des diagonales perpendiculaires du même carré, ainsi que (TS) et (U'V'). (voir démonstration en annexe).

D'où la construction :

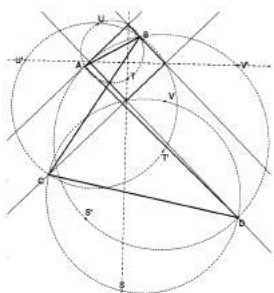
Choisir une paire de points milieux des demi-cercles pris sur deux diamètres opposés et tracer la droite les joignant, qui sera diagonale de l'un des carrés solution. Déterminer les autres points d'intersection de cette diagonale avec les cercles de diamètres correspondants. Tracer à partir de ces points les droites les joignant aux extrémités des diamètres correspondants. Ces droites sont les côtés des carrés cherchés. Les six figures qui suivent sont les six solutions pour la configuration de points ABCD choisis sur les figures 1 et 2.



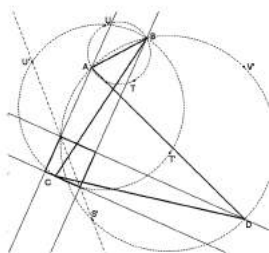
diagonale (TV)



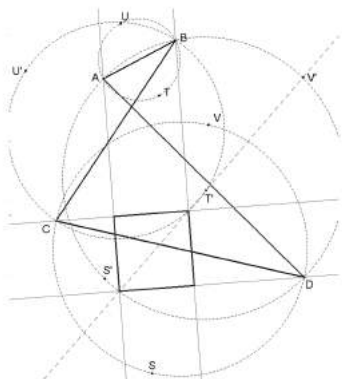
diagonale (UV) ou (T'S')



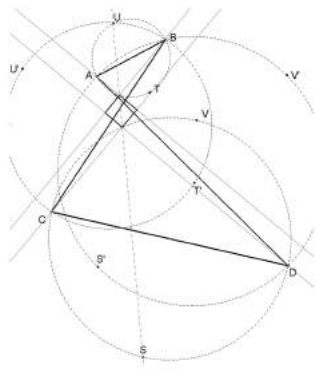
diagonale (U'V') ou (TS)



diagonale (U'S')



diagonale (T'V')



diagonale (US)

La solution complète, incluant la démonstration annoncée plus haut, basée sur l'utilisation de similitudes, ainsi que le problème dual, dont l'étude repose également sur l'emploi de similitudes, sont disponibles sur le site de l'association.