

■ Voici les solutions d'Annie Perrot.

A – Pour tout entier naturel non nul k ,

Il en résulte que le produit cherché est égal à :

$$1 - \frac{1}{k^2} = \frac{k^2 - 1}{k^2} = \frac{(k-1)(k+1)}{k^2}.$$

$$\prod_{k=2}^{2015} \frac{k-1}{k} \times \prod_{k=2}^{2015} \frac{k+1}{k} = \frac{1}{2015} \times \frac{2016}{2} = \frac{1008}{2015}.$$

B – Posons $p = \log$

$p', q = \log q', r = \log r'.$

Le carré magique devient :

$\log a$	$\log b$	$\log x$
$\log p'$	$\log y$	$\log c$
$\log z$	$\log q'$	$\log r'$

d'où, d'après la propriété

fondamentale des logarithmes, les équations :

$$xyz = abx = r'cx = p'cy = q'by = r'ay = p'az = q'r'z.$$

On en déduit que :

$$ab = cr' = yz,$$

$$p'c = q'b = r'a = xz,$$

$$p'a = q'r' = xy.$$

D'où

$$r' = \frac{ab}{c}; p' = \frac{r'a}{c} = \frac{a^2b}{c^2}.$$

Et donc

$$(xyz)^2 = xy \times yz \times zx = p'a \times ab \times r'a = \frac{a^3b}{c^2} \times ab \times \frac{a^2b}{c} = \frac{a^6b^3}{c^3}.$$

Et puisque et sont positifs,

$$xyz = \sqrt{\frac{a^6b^3}{c^3}} = a^3b^{\frac{3}{2}}c^{-\frac{3}{2}}.$$

Nota. L'énoncé B comportait la demande d'exprimer le produit xyz en fonction de abc et non en fonction de a, b et c .

Veuillez nous excuser pour cette coquille restée inaperçue.

