Solutions : Pierre Renfer (Saint Georges d'Orques), Jean Couzineau (Massy-Palaiseau), Michel Lafond (Dijon).

Voici la solution de Michel Lafond.

Pour parler de variable aléatoire, il faut d'abord une expérience aléatoire.
Ici, ce qui est aléatoire, ce ne sont pas tant les points que la parité de leurs coordonnées (entières).
En effet un milieu est entier si et seulement si les abscisses des deux extrémités ont la même parité, et de même pour leurs ordonnées.
Donc nous choisissons aléatoirement (avec équiprobabilité) les coordonnées de 5 points parmi $\{0, 1\}$.
X est le nombre de points entiers parmi les milieux.
Les modalités de X sont a priori dans $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
Il y a $2^{10} = 1024$ cas équiprobables. Mais ajouter 1 à toutes les coordonnées ne modifie pas X, donc on peut supposer qu'un des points a pour coordonnées (0, 0).
Il n'y a plus que $2^8 = 256$ cas équiprobables et un dénombrement (informatique, car dans ce genre de dénombrement c'est moins périlleux qu'un raisonnement) donne :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X = x_i)$		$\frac{60}{256}$	$\frac{90}{256}$	$\frac{60}{256}$	$\frac{30}{256}$		$\frac{15}{256}$				$\frac{1}{256}$

Michel Lafond propose tout de même en annexe une recherche manuelle du dénombrement. Celle-ci est disponible sur le site de l'association, avec un complément pour le tirage de 4 points ou 6 ou 7.

Remarque. J'ai reçu des remarques au sujet de cet exercice dont la très mauvaise formulation ne définit pas d'expérience aléatoire, ainsi que le constate Michel Lafond. Reçues pour mon manque de vigilance et transmises à l'auteur.