– Voici la solution de Michel Sarrouy.

Posons $r = \dfrac{b}{c}$, r est un rationnel quelconque compris au sens strict entre 0 et 1. Le problème consiste à chercher ce rationnel r et l'entier naturel a tels que $\sqrt{a+r} = a\sqrt{r}$ qui, vues les conditions, équivaut à $a + r = a^2 r$.

Notons que a ne peut prendre la valeur 1. La dernière égalité donne $r = \dfrac{a}{a^2 - 1}$ et, comme a vaut au moins 2, r est bien compris entre 0 et 1.
En conclusion, a peut prendre n'importe quelle valeur entière au moins égale à 2 et les entiers b et c sont donnés par $b = k \times a$ et $c = k \times \left(a^2 - 1\right)$ pour k entier naturel non nul.