Solution : Pierre Renfer (Saint Georges d'Orques).

Question 1.

Pour l'élément a, n choix sont possibles.

Soit $A = f^{-1}\left(\{a\}\right)$ l'ensemble des antécédents de a par f et soit m le cardinal de A, où $1 \leq m \leq n$.

L'ensemble A contient a, car si $f(a)=b$, alors :

$a=(f\circ f)(a)=f(b)$

$b=f(a)=(f\circ f)(b)=a.$

Il y a C_{n-1}^{m-1} choix possibles de l'ensemble $A'=A-\{a\}$.
L'application f envoie les éléments de X – A dans A′.

Et le nombre d'applications possibles de X – A vers A′ est $(m-1)^{n-m}$.

Le nombre de possibilités pour f est donc : $n\cdot\sum_{m=1}^{n}C_{n-1}^{m-1}(m-1)^{n-m}$.

(La formule est valable pour n = 1 avec la convention $0^0 = 1$)

Nota. J'ai changé la formulation des questions initiales posées par Jean-Christophe Laugier.
Particulièrement, la demande de la deuxième question était de dénombrer les applications f : X → X telles que $f\circ f(X)\subseteq B$, B étant une partie donnée de X de cardinal p.
Jean-Christophe Laugier me fait remarquer que la question 2 du 517-3 était nettement plus ardue … !
Pierre Renfer en a donné une démonstration qui paraîtra dans le prochain numéro.