

**∞ Baccalauréat Série mathématiques ∞**  
**Dakar juin 1959**

**I**

**1<sup>er</sup> sujet**

Homothéties planes qui font correspondre deux cercles de rayons différents.

**2<sup>e</sup> sujet**

Polaire d'un point par rapport à un cercle.

**3<sup>e</sup> sujet**

Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles.

Lieu des points pour lesquels cette différence est égale à  $k^2$ .

**II**

On considère une parabole  $P$  de sommet  $O$ , d'axe  $OX$  et de paramètre  $p$  et le trapèze  $AA'B'B$  dont les deux bases sont deux cordes de cette parabole perpendiculaires à l'axe.

On désigne par  $2a$  la longueur de la grande base et par  $2ma$  celle de la petite base.

1. Calculer en fonction de  $a$ ,  $p$ ,  $m$  l'aire  $S$  du trapèze  $AA'B'B$ .  
Supposant  $a$  fixe et  $m$  variable dans l'intervalle  $(0, 1)$ , déterminer  $m$  de façon que cette aire soit maximum.
2. Les deux sommets  $A$  et  $B$  du trapèze étant du même côté de l'axe  $OX$ , on trace les tangentes en  $A$  et  $B$  à la parabole  $P$ . Ces tangentes se coupent en un point  $M$ , dont la projection orthogonale sur  $OX$  est  $I$ , et rencontrent respectivement  $OX$  en  $C$  et  $D$ .  
Calculer, en fonction de  $a$ ,  $p$  et  $m$ , les tangentes des trois angles du triangle  $CMD$ , les longueurs  $CD$ ,  $IC$ ,  $IM$ ,  $ID$  et  $OI$ , ainsi que l'aire  $S'$  du triangle  $CMD$  et trouver la relation qui existe entre cette aire et celle du trapèze  $AA'B'B$ .
3. Donnant à  $m$  une valeur fixe dans l'intervalle  $(0, 1)$  et faisant décrire au point  $A$  la parabole  $P$ , montrer que le point  $M$  décrit une parabole de sommet  $O$ , d'axe  $OX$ , dont on calculera le paramètre en fonction de  $p$  et  $m$ , et que la tangente de l'angle  $M$  du triangle  $CMD$  passe par un maximum. Exprimer ce maximum en fonction de  $m$  et étudier sa variation lorsque  $m$  croît de  $0$  à  $1$ .  
Calculer en degrés la valeur maximum de cet angle  $M$  lorsque l'aire du trapèze est maximum dans les conditions du 1.