# ☙ Baccalauréat Dakar juin 1966 ❧
# Mathématiques élémentaires

**EXERCICE 1**

Résoudre l'équation

$$z^7 = \mathrm{i} - \sqrt{3} \qquad \left(\mathrm{i}^2 = -1\right).$$

**EXERCICE 2**

Étudier les variations de la fonction

$$y = 2x\sqrt{5-2x}$$

et construire son graphe.

**EXERCICE 3**

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(x'\mathrm{O}x,\ y'\mathrm{O}y)$ et l'application $\mathscr{A}$ qui, à tout point M de coordonnées $x$ et $y$ $(y \neq 0)$, fait correspondre le point $\mathrm{M}_1 = \mathscr{A}(\mathrm{M})$ de coordonnées $x_1$ et $y_1$ définies par

$$x_1 = x \quad \text{et} \quad y_1 = \frac{x^2}{y}.$$

1. **a.** On considère un point M d'abscisse non nulle et $\mathrm{M}_1$ son image par $\mathscr{A}$. Déterminer $\mathscr{A}(\mathrm{M}_1)$.

   **b.** Que devient le point $\mathrm{M}_1 = \mathscr{A}(\mathrm{M})$ lorsque $y$ tend vers 0, étant donné non nul ?

   **c.** On posera, par définition, que l'image du point M de coordonnées $x \neq 0$ et $y = 0$ est le point « à l'infini » de la parallèle à O$y$ d'abscisse $x$ et que l'image de l'origine, O, des axes de coordonnées est le point O.

   Trouver l'ensemble (D) des points doubles de $\mathscr{A}$ et une définition géométrique de $\mathscr{A}$ à partir de (D).

2. **a.** Quelle est l'équation de $(d_1)$ image par $\mathscr{A}$ de la droite $(d)$ d'équation
   $ux + vy + h = 0$ ?
   Examiner chacun des cas particuliers $v = 0\,(h \neq 0)$ et $h = 0\,(v \neq 0)$ ; donner, dans ce dernier cas, une construction géométrique de $(d_1)$.
   Quelle est l'image par $\mathscr{A}$ de la droite $y'\mathrm{O}y$ ?

   **b.** Étudier la nature de $(d_1)$ dans le cas $vh \neq 0$ et préciser ses éléments remarquables.

3. Soit (C) le' graphe d'une fonction $y = f(x)$, M un point de (C), de coordonnées $(\alpha\ ;\ \beta)$. Soit (T) la tangente en M à (C) et $m$ sa pente. Soit $\mathrm{M}_1$, de coordonnées $\left(\alpha, \beta_1\right)$ l'image de M par $\mathscr{A}$, et $(\Delta)$ la tangente en $\mathrm{M}_1$ à $(\mathrm{C}_1)$, transformée de (C). On note $\mu$ la pente de (d).

   **a.** Calculer $\mu$ en fonction de $\alpha, \beta, m$ (on considérera $y_1$ comme une fonction composée de $x$ par l'intermédiaire de $y$), puis les ordonnées à l'origine, $b$ et $p$, des droites (T) et $(\Delta)$.

   **b.** Vérifier l'égalité $\dfrac{b}{p} = -\dfrac{\beta}{\beta_1}$ et en déduire une construction simple de $(\Delta)$.