

↻ Baccalauréat Dakar septembre 1958 ↻
Série mathématiques et mathématiques et technique

EXERCICE I

1^{er}. -

Dérivée d'un produit de deux fonctions dérivables. Dérivée d'un quotient de deux fonctions dérivables.

2^e. -

Produit de deux homothéties.

3^e. -

Exposer une et une seule méthode permettant de résoudre et de discuter l'équation trigonométrique

$$a \cos x + b \sin x = c;$$

l'appliquer à la discussion de l'équation

$$\cos x + \sqrt{3} \sin x = m\sqrt{2},$$

que l'on résoudra pour $m = 1$.

EXERCICE II

On considère dans un plan fixe un point A et une droite D, tous deux fixes.

Soit B la projection de A sur D; on pose $AB = h > 0$.

On considère sur la droite D deux points M et M' variables.

On suppose que l'angle en A du triangle AMM' est constant; soit α sa valeur.

1. Trouver le lieu du centre C du cercle circonscrit (C) au triangle AMM'.
Montrer que ce lieu est, en général, une branche d'une hyperbole (H), dont on définira les éléments, foyers, centre, directrices.
2. En effectuant une inversion de pôle A et de module h^2 , trouver l'enveloppe du cercle circonscrit au triangle AMM'.
Retrouver le résultat du 1.
Utiliser l'inversion précédente pour trouver l'enveloppe du cercle de diamètre MM'.
3. Si I est le centre du cercle inscrit (γ) du triangle AMM' et J le centre du cercle (γ') exinscrit au triangle AMM' situé dans l'angle A, trouver les lieux des points I et J; soit (Γ) cette courbe.
Pour quelle valeur de α les lieux (H) et (Γ) ont-ils une partie commune?
P, P' et Q, Q' étant les points de contact de AM, AM' avec (γ), (γ'), trouver les lieux de ces points.
4. MM' étant donné égal à a , quelles sont les équations permettant de calculer les côtés et les angles du triangle AMM'?
Calculer les côtés $b = AM$, $c = AM'$ en fonction de a , h et α . Discuter.