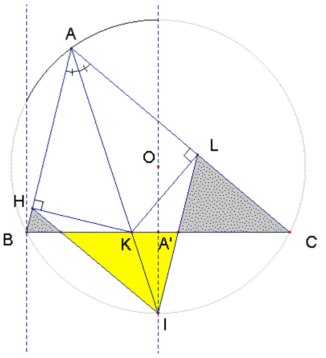

fig. 1

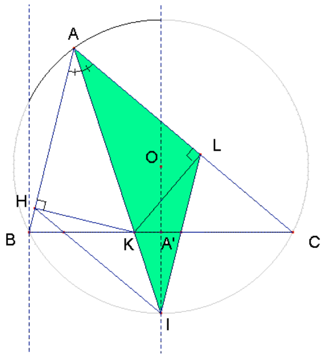

fig. 2

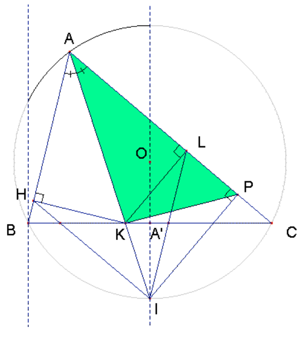

fig. 3

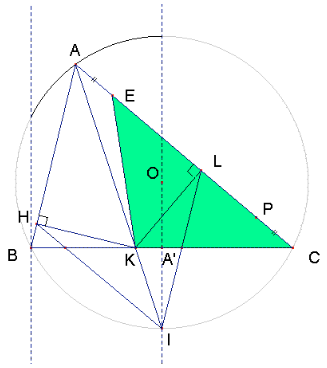

fig. 4

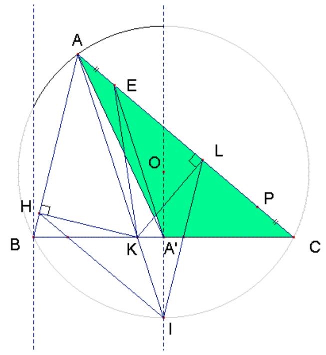

fig. 5

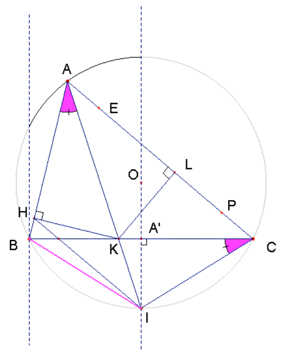

fig. 6

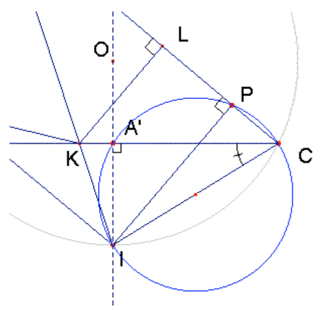

fig. 7

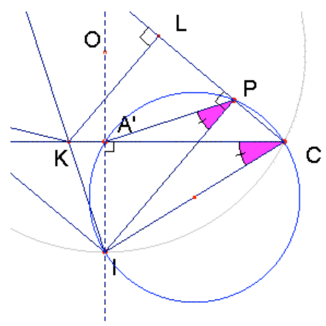

fig. 8

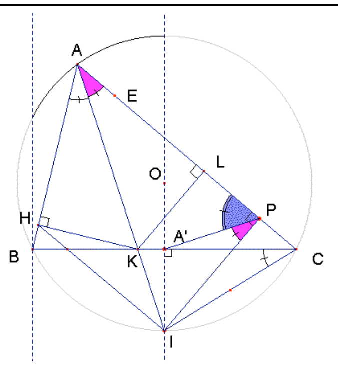

fig. 9

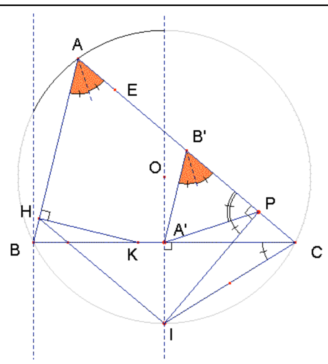

fig. 10

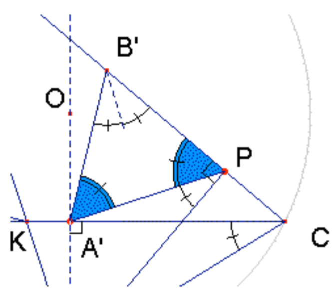

fig. 11

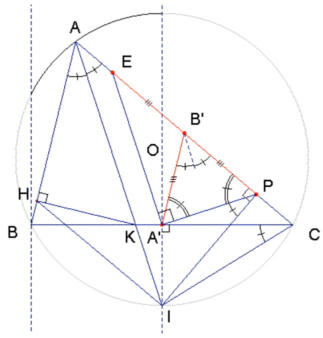

fig. 12

Démonstration par les aires.

1) Pré requis :
   - Un côté étant donné, si le troisième sommet d'un triangle est situé sur une parallèle donnée, alors l'aire est fixée.
   - Cercle et angle inscrit.

2) Démarrage et figures :

Le point A est choisi sur l'arc intercepté par la bande définie ci-après. Les angles $\widehat{ABI}$ et $\widehat{IAC}$ étant égaux, les cordes du cercle [BI] et [IC] sont elles-mêmes de même longueur. (OI) est donc la médiatrice de [BC]. A' désignant le milieu de [BC], la bande considérée est celle de largeur [BA']. On utilisera les points P, E et B' où P est le projeté orthogonal de I sur [BC], E le point de [AC] tel que AE = PC et B' le milieu de [AC].

3) Heuristique :

Cabri indiquant que l'aire du triangle jaune est égale à celle des 2 triangles gris réunis (fig.1), il ne reste plus qu'à le démonter. L'aire de ALIH doit donc être égale à celle du triangle ABC, et donc celle de ALI à la moitié de ABC (fig.2). Traçant [IP] parallèle à [KL], AKP est également de même aire (fig.3) ; soit encore celle de EKC en plaçant E de façon que EC = AP (fig.4). Si on arrive à montrer que [EA'] est parallèle à [AK] ou encore que la parallèle coupe en E avec AE = PC on pourra alors se ramener au triangle AA'C (fig.5) qui est bien d'aire moitié comme recherché.

4) Les justifications :

Les figures 6, 7, 8 et 9 amènent à conclure que [A'P] est perpendiculaire à [AK] ; les 10 et 11 au fait que le triangle AB'P est isocèle.

Traçant alors le triangle rectangle PAE (fig.12), on a B'P = B'E et par suite AE = PC.