

**∞ Baccalauréat série mathématiques ∞**  
**Dijon juin 1947**

**I. 1<sup>er</sup> sujet**

Résoudre un triangle, connaissant deux côtés  $a$  et  $b$  et l'angle  $A$  opposé à l'un d'eux.

**I. 2<sup>e</sup> sujet**

Par un point mener une tangente à une parabole. Théorèmes de Poncelet.

**I. 3<sup>e</sup> sujet**

Multiples communs à deux nombres.

P. P. C. M. de deux nombres.

**II.**

1. Montrer que si l'on prend comme axes de coordonnées les asymptotes d'une hyperbole équilatère  $H$ , l'équation de cette courbe est de la forme  $xy = c$ .
2.  $A$  et  $B$  étant deux points de l'hyperbole équilatère, de coordonnées respectivement égales à  $(x_1 ; y_1)$ ,  $(x_2 ; y_2)$ , calculer le coefficient angulaire de la droite  $AB$  et celui de la droite  $OC'$  qui joint le centre  $O$  de l'hyperbole au milieu  $C'$  de  $AB$ .  
En conclure que  $AB$  et  $OC'$  sont également inclinées sur les asymptotes.
3. Montrer qu'une hyperbole équilatère est déterminée quand on connaît son centre et deux de ses points.
4.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  étant trois points d'une hyperbole équilatère  $H$ ,  $O$  son centre,  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  les milieux respectifs de  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$ , comparer les angles  $(AB, AC)$  et  $(OB', OC')$ .  
Montrer que le lieu  $\Gamma$  du centre d'une hyperbole équilatère variable qui passe par trois points fixes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  est le cercle qui passe par les milieux des côtés du triangle  $ABC$ .
5. Soit  $D$  l'orthocentre du triangle  $ABC$ . Montrer que le transformé du cercle circonscrit à  $ABC$  par l'homothétie, de centre  $D$  et de rapport  $\frac{1}{2}$  passe par  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  et les pieds des hauteurs du triangle  $ABC$ .  
Quel est alors le lieu des centres des hyperboles équilatères qui passent par trois des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ?
6. Montrer que toute hyperbole équilatère qui passe par trois de ces quatre points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  passe par le quatrième.

**∞ Baccalauréat série mathématiques et technique ∞**  
**Dijon juin 1947**

**I. 1<sup>er</sup> sujet** Intersection d'une droite et d'une ellipse.

**I. 2<sup>e</sup> sujet**

Transformer en produit la somme ou la différence de deux sinus et de deux cosinus.

**I. 3<sup>e</sup> sujet**

Descriptive : Distance d'un point à une droite. Examiner le cas particulier où la droite est de profil.

## II.

On considère dans un plan deux points fixes A et B.

M étant un point quelconque du plan, on définit son transformé M' de la manière suivante : on trace MA, MB, et l'on élève en A et B les perpendiculaires à MA et MB respectivement ; ces deux droites se coupent en M'.

### Partie A

1. M étant donné, le point M' est-il défini? Discuter.  
Le point M' est-il déterminé si M vient en A en suivant une courbe quelconque (C) passant par A?
2. Le point M décrivant une certaine courbe (C), le point M' décrit une courbe (C') transformée de (C). Trouver (C') et l'enveloppe de MM' dans les différents cas suivants :
  - a. (C) est un cercle passant par A et B;
  - b. (C) est une droite  $\Delta$  perpendiculaire à AB. Discuter;
  - c. (C) est une droite quelconque donnée passant par A.

### Partie B

On rapporte le plan à deux axes, l'axe des  $x$  étant sur la droite AB et l'axe des  $y$  sur la médiatrice de AB; on suppose  $\overline{OA} = -\overline{OB} = 1$ .

1. M ayant pour coordonnées  $x_0$  et  $y_0$  former les équations des droites MA, MB, puis celles des droites M'A, M'B.  
En déduire que les deux coordonnées de M' sont  $-x_0$  et  $\frac{x_0^2 - 1}{y_0}$ .
2. M décrivant la courbe d'équation  $y = x^2 + x - 6$ , quelle est l'équation de la courbe décrite par M'?  
Construire les deux courbes sur le même graphique.