☙ Baccalauréat Dijon 1950 ❧

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I Géométrie descriptive

1er sujet. - Angle de deux plans.

2e sujet. - Distance d'un point à un plan.

3e sujet. - Distance d'un point à une droite.

II

Par les sommets A, B, C d'un triangle donné on mène respectivement les droites D_A, D_B, D_C telles que les trois angles (BC, D_A), (CA, D_B), (AB, D_C), définis à $k\pi$ près, aient la même valeur α.
Soient $A'B'C'$ le triangle déterminé par les trois droites, $A'_0B'_0C'_0$ le triangle correspond à $\alpha = 0$.

1. Lieux des points A', B', C' quand α varie.

   Montrer que $A'B'C'$ est semblable à ABC et que le rapport $\dfrac{A'B'}{AB}$ est égal à $2|\cos\alpha|$.
2. Montrer que, pour une valeur donnée de α, on passe de $A'_0B'_0C'_0$ à $A'B'C'$ par une similitude dont le centre (ou point double) est à la fois l'orthocentre H de ABC et le centre du cercle $A'B'C'$.
3. Prouver que les droites joignant les milieux des côtés de $A'B'C'$ passent par des points fixes quand α varie.
4. On passe de ABC à $A'_0B'_0C'_0$ par une homothétie et de $A'_0B'_0C'_0$ à $A'B'C'$ par la similitude envisagée au 2.
   Montrer que, pour une valeur donnée de α, on passe de ABC à $A'B'C'$ par une similitude dont on construira le point double S.
   Lieu de S quand α varie.
5. Soient A'', B'', C'' les points inverses de A', B', C' dans l'inversion de pôle H et de puissance $\overline{HA'_0}^2$.
   Enveloppes des côtés du triangle $A''B''C''$.