

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat Dijon juin 1965 ∞
Série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

EXERCICE 1

Construire la courbe (C) d'équation

$$y^2 = x^2 + 2x - 3,$$

dans un repère cartésien orthonormé $x'Ox, y'Oy$. (Unité graphique : 1 cm.)

On indiquera la nature de la courbe (C) et l'on en précisera les éléments suivants : centre, sommets, foyers, asymptotes.

On donnera les coordonnées du centre, des sommets et des foyers, ainsi que les équations des asymptotes, dans le repère $x'Ox, y'Oy$.

EXERCICE 2

Dans un plan rapporté à un repère cartésien orthonormé $x'Ox, y'Oy$, on considère le cercle (a), de centre A(+3 ; 0) et de rayon 2, et le cercle (b), de centre B(0 ; +4) et de rayon 4.

Soit M un point variable de l'axe $x'Ox$. On désigne par x l'abscisse de M, par p_a la puissance de M par rapport au cercle (a), par p_b la puissance de M par rapport au cercle (b).

1. Écrire les équations des cercles (a) et (b).
2. Calculer en fonction de x la valeur du rapport

$$u = \frac{p_a}{p_b}.$$

Étudier les variations de la fonction $u(x)$ ainsi définie et en construire la courbe représentative (Γ) dans un repère orthonormé.

3. k étant un nombre réel donné, existe-t-il sur l'axe $x'Ox$ des points M tels que $\frac{p_a}{p_b} = k$? Discuter, suivant la valeur de k , le nombre de ces points M.

Quand il en existe deux, M' et M'' , montrer que leurs abscisses, x' et x'' , sont liées par une relation indépendante de k . Écrire cette relation.

4. Montrer qu'il existe un cercle (c) centré sur $x'Ox$ et orthogonal à (a) et (b). En préciser le centre et le rayon.

Construire un cercle (d) centré sur $y'Oy$ et orthogonal à (a) et (b).

Calculer les coordonnées du centre et le rayon R de (d). On donnera de R la valeur exacte, puis la valeur décimale approchée par défaut à $\frac{1}{10^3}$ près.

5. On considère la courbe (Γ) construite au 2.

Calculer l'aire arithmétique S limitée par l'axe des abscisses et l'arc de (Γ) dont les extrémités sont sur l'axe des abscisses.

Donner de S l'expression exacte la plus simple, puis la valeur décimale approchée par défaut à $\frac{1}{10^3}$ près.

N. B. - Les calculs numériques peuvent être faits à l'aide d'une des tables de valeurs numériques autorisées.