

∞ Baccalauréat Dijon septembre 1949 ∞
Série mathématiques

I.- 1^{er} sujet

Restes de la division d'une somme, d'une différence, d'un produit par 11.
Caractères de divisibilité par 11.

I.- 2^e sujet

Définition et extraction de la racine carrée arithmétique d'un nombre entier à une unité près.

I.- 3^e sujet

Diviseurs communs à deux nombres. P. G. C. D. de deux nombres. Propriétés du P. G. C. D.

II.

Soient un cercle Γ de diamètre AA' , de centre O , de rayon R , et Δ la tangente en A' à ce cercle.
 M étant un point du plan, la droite AM recoupe Γ en B , et la droite $A'M$ recoupe Γ en D ; soient N le point de rencontre de AD et de $A'B$, et P la projection orthogonale de M sur AA' .

1. Démontrer que MN est perpendiculaire à AA' et que le cercle $MNDB$ est orthogonal à Γ .
2. Montrer que, si le conjugué harmonique de B par rapport à A et M est sur Δ , N est le milieu de PM , et réciproquement.
Dans ces conditions, établir la relation existant entre \overline{OP} et \overline{PM} , et en déduire que le lieu de M est une ellipse dont on précisera les éléments (axes et foyers).
Montrer que BD et la tangente en M à l'ellipse se coupent en I sur AA' .
3. Dans les conditions du 2., on appelle θ l'angle (AA', AB) et α l'angle (AD, AB) , dans le plan orienté.
 - a. Calculer, en fonction de θ , les longueurs AB, AC, AM, AP, AI , ainsi que $\text{tg } \alpha$.
 - b. Construire la courbe représentative des variations de $y = \text{tg } \alpha$ en fonction de $x = \text{tg } \theta$.
En déduire le maximum de $\text{tg } \alpha$; que peut-on dire alors de M et de BD ?

N. B. - Question de cours sur 10, problème sur 20.