# ∾ Baccalauréat Dijon septembre 1951 ∾

**SÉRIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE**

**I**

**1er sujet**
Plan polaire d'un point par-rapport à une sphère.

**2e sujet**
Produit de deux homothéties dans l'espace.

**3e sujet**
Conservation des angles par l'inversion dans le plan.

**II**

Soient (C) ; (C') des cercles de rayon R, R$'$, de centres O, O$'$, tangents extérieurement en S. Ces cercles coupent la droite OO$'$ en S et respectivement en A et A$'$.
Une tangente commune autre que la tangente D au point S coupe D au point P et la ligne des centres OO$'$ en S$'$ ; M et Msont les points de contact. Soit T le milieu de OO$'$.

1. Montrer que le cercle de diamètre OO$'$ est tangent en P à MM$'$.
   Évaluer SS$'$ et ST en fonction des rayons.
2. Montrer que A, A$'$, M, M$'$ sont sur un même cercle (Ω) dont le centre $\omega$ est diamétralement opposé à P sur le cercle de diamètre OO$'$, et que les droites AM, A$'$M$'$ se coupent en P$'$ sur D.
   $\alpha$ et $\beta$ étant les projections de $\omega$ sur OO$'$ et sur D, montrer que les quatre points S$'$, P, T, $\beta$ sont sur un même cercle, ainsi que les quatre points S$'$, P$'$, $\alpha$, $\beta$.
3. Les droites SM, SM$'$ recoupent (Ω) en N, N$'$. Montrer que la droite NN$'$ est perpendiculaire à D et que sa distance à S est égale à 2SP.
   (On pourra considérer le cercle circonscrit à SMP$'$M$'$ et utiliser une inversion bien choisie.)
   Montrer que S$'$P$'$ est l'axe radical de (Ω) et du cercle point S.
4. En supposant la droite OO$'$ et le point S fixes et les rayons variant de manière que R − R$'$ = $d$ ($d$ étant une longueur donnée), déterminer le lieu de $\omega$, l'enveloppe de MM$'$ et l'enveloppe de S$'$P$'$.