Baccalauréat Dijon série mathématiques
septembre 1952

I. - 1er sujet.

Établir que les six éléments, a, b, c, A, B, C d'un triangle quelconque, vérifient le système :

$$\left\{\begin{array}{rcl} a^2 & = & b^2+c^2-2bc\cos \mathrm{A},\\ b^2 & = & c^2+a^2-2ca\cos \mathrm{B},\\ c^2 & = & a^2+b^2-2ab\cos \mathrm{C}\end{array}\right.$$

Réciproque.

I. - 2e sujet

Dérivée de $y = \sin(ax+b)$; on supposera démontré que la limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ est égale à 1 lorsque x, exprimé en radians, tend vers zéro.
Que devient cette dérivée si x, au lieu d'être exprimé en radians, était exprimé en degrés ou en grades ?

I. - 3e sujet

Résoudre un triangle, connaissant un côté a et les deux angles B et C.
Application numérique : $a = 51,26$; $\mathrm{B} = 52,38$; $\mathrm{C} = 38,17$; a est évalué en mètres, B et C en grades.
Les calculs seront effectués avec la précision des tables de logarithmes à 5 décimales.

II.

1. Dans un plan, A et, B sont deux points fixes ($\mathrm{AB} = a \neq 0$) et M, M$'$ deux points quelconques distincts de A et B, homologues dans l'inversion de centre B, de puissance a^2.
   Montrer que $\dfrac{\mathrm{MA}}{\mathrm{MB}} = \dfrac{\mathrm{M'A}}{\mathrm{AB}}$.
   Quel est l'inverse du lieu (ω) des points P tels que $\dfrac{\mathrm{PA}}{\mathrm{PB}}$ soit égal à un nombre k donné ?
   Utiliser l'inversion précédente pour comparer, suivant la position de M dans le plan par rapport au lieu (ω), le rapport $\dfrac{\mathrm{MA}}{\mathrm{MB}}$ au nombre k.
   On distinguera les cas suivants : $k > 1$, $k < 1$ et $k = 1$.
2. On considère les coniques CC) d'excentricité e donnée, dont un foyer est fixe et dont la directrice associée (D) passe par un point fixe I_0 (Pour simplifier, on se bornera dans cette question au cas où $e < 1$.)
   Construire les coniques (C) passant par un point M donné.
   Discuter le nombre de solutions suivant la position du point M dans le plan.
   Trouver le lieu (m) des points M par lesquels ne passe qu'une seule conique (C).
   Prouver que pour tout point M de (m) la conique C passant par M est tangente à (m) en M et en un autre point.
3. On suppose maintenant e quelconque, différent de 1.
   Montrer que le cercle directeur (F$'$) des coniques (C) centré au second foyer F$'$ reste orthogonal n cercle fixe (γ).
   FF$'$ recoupant (γ) en G, prouver que $\dfrac{\overline{\mathrm{F'F}}}{\overline{\mathrm{F'G}}} = e^2$.
   En déduire les lieux du second foyer F$'$, du centre O, ainsi que l'enveloppe de la directrice (D$'$) associée à F$'$.