

🌀 Baccalauréat Dijon septembre 1966 🌀
Mathématiques et Mathématiques et Technique

EXERCICE 1

1. Construire le graphique, (C), de la fonction

$$y = (\text{Log } x)^2 - 2x \text{Log } x \quad \text{pour } 0 < x \leq e.$$

2. Calculer la dérivée de la fonction

$$z = x(\text{Log } x)^2 - 2x \text{Log } x + 2x.$$

En déduire l'aire de la surface, S, comprise entre (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

EXERCICE 2

Quelles sont les valeurs de n , entier naturel, pour lesquelles $\frac{3n+24}{n-4}4$ est un entier naturel?

EXERCICE 3

On donne deux cercles égaux, de rayon a , de centres A et B, tangents extérieurement en O. Soit M un point variable du cercle (B).

Partie A

On trace de M les tangentes MP et MQ (P et Q : points de contact) au cercle (A); les droites PQ et AM se coupent en H.

1. Déterminer le lieu de H.
2. Déterminer l'enveloppe de la droite PQ. On précisera les éléments de cette enveloppe et l'on construira le point de contact.

Partie B

On introduit deux axes de coordonnées : $x'x$ porté par la droite AB et orienté positivement de A vers B; $y'y$ porté par la tangente commune en O aux deux cercles et tel que

$$\left(\overrightarrow{x'x}, \overrightarrow{y'y} \right) = \frac{\pi}{2}.$$

Le point M du cercle (B) est défini par

$$\left(\overrightarrow{x'x}, \overrightarrow{BM} \right) = \varphi.$$

En M on trace la demi-tangente Mz telle que $\left(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{Mz} \right) = \frac{\pi}{2}$. Sur cette demi-tangente on prend le point N tel que $MN = 2a$.

1. Calculer, en fonction de a et φ , les coordonnées des points M et N.
2. Évaluer, en fonction de a et φ , la puissance, p , de N par rapport au cercle (A).
Calculer les valeurs, numériques de φ pour lesquelles le point N appartient aussi au cercle (A); donner une construction de M dans ce cas.
3. Étudier les variations de p en fonction de φ ; construire le graphe.
Préciser les positions des points N correspondant aux extremums de p .

N. B. Les questions A et B sont indépendantes.