

∞ Baccalauréat Dijon septembre 1939 ∞
série mathématiques

I. - 1^{er} sujet

Définition et propriétés élémentaires des nombres premiers (suite illimitée ; formation d'une table).

I. - 2^e sujet

Décomposition d'un nombre entier en un produit de facteurs premiers. Unicité de cette décomposition.

I. - 3^e sujet

Plus grand commun diviseur de deux nombres. Sa détermination par division.

II.

1. Étant donné deux cercles concentriques, montrer que, s'il existe un triangle inscrit dans l'un et circonscrit à l'autre, ce triangle est équilatéral, et les rayons des cercles sont dans le rapport 2.
2. On considère deux ellipses E, E' , concentriques et homothétiques.
Montrer que, s'il existe un triangle T inscrit dans E et circonscrit à E' , le rapport d'homothétie vaut 2, et il existe une infinité de triangles T .
3. Les conditions ci-dessus étant remplies, on suppose que l'équation réduite de E est

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

et l'on désigne par $x = a \cos \theta$, $y = b \sin \theta$ les coordonnées d'un sommet A de l'un de ces triangles T .

Montrer que celles des deux autres sommets B, C de T , s'obtiennent en changeant θ en $\theta \pm \frac{\pi}{3}$.

Évaluer les angles de T en fonction de a, b, θ .

Montrer, en particulier, que

$$\cotg A = \frac{1}{ab\sqrt{3}} \left[\frac{a^2 + b^2}{2} + (a^2 - b^2) \cos 2\theta \right],$$

et en déduire que $\cotg A + \cotg B + \cotg C$ reste constant quand θ varie.

4. Étudier comment varie l'angle A quand θ varie.

Quels sont ses maxima et minima?

Examiner s'il existe des triangles T qui sont rectangles, isocèles, équilatéraux.

N. B. - Question de cours, coefficient 1 ; problème, coefficient 2.