Baccalauréat Dijon septembre 1950

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^er^ sujet

Résoudre un triangle ABC, connaissant $\widehat{A}$, b, c.

2^e^ sujet

Résoudre, graphiquement et à l'aide des tables, l'équation

$$4\cos x + \sin x = 2.$$

3^e^ sujet

Étudier la fonction $\cos x + \sin x$.

II

On considère un cercle fixe (O) de centre O, de rayon R, et un point P de son plan. On pose OP $= d$.
Q désignant le point courant de (O), soit D le lieu des points U du plan tels que l'on ait

$$(1) \qquad \overline{\text{UP}}^2 = \overline{\text{UQ}}^2 - k,$$

où k est une constante.

1. Évaluer la distance de P à D en fonction de k et PQ.
   I désignant la projection de O sur D, montrer que $\overline{\text{OI}} \cdot \overline{\text{PQ}}$ est constant et trouver le lieu de I. Discuter.
2. Quelle est l'enveloppe C de D ?
   En déterminer les éléments.
   Soit T le point où D coupe la directrice de C associée à O. Évaluer $\overline{\text{TQ}}^2 - \overline{\text{TO}}^2$ à l'aide de (1) ; en déduire la valeur de l'angle QOT et une construction simple du point où D touche son enveloppe.
3. Si $k = r^2$, déduire des résultats précédents l'enveloppe de la polaire d'un point fixe par rapport à un cercle de rayon donné, dont le centre décrit un cercle fixe.
4. On suppose $k = -r^2$, et O, P, r fixes. Montrer que, si R est convenablement choisi, il existe des positions de Q sur (O) telles que D passe par Q.
   Lorsque R prend toutes ces valeurs, on obtient une famille de courbes C. Montrer que ces courbes sont tangentes à un même cercle.