Baccalauréat ES 2019

L'intégrale de mai à novembre 2019

À la fin index des notions abordées

Durée : 3 heures

∾ Baccalauréat Terminale ES/L ∾ Amérique du Nord 28 mai 2019

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} *si nécessaire.*

Partie A

On rappelle que le triathlon est une discipline qui comporte trois sports : la natation, le cyclisme et la course à pied.

Fabien s'entraîne tous les jours pour un triathlon et organise son entraînement de la façon suivante :

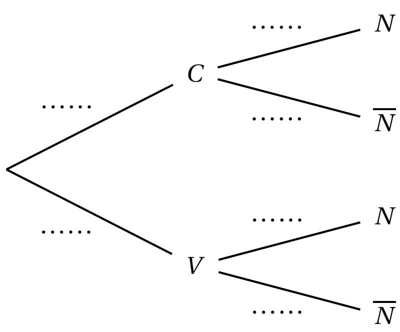
- chaque entraînement est composé d'un ou deux sports et commence toujours par une séance de course à pied ou de vélo ;
- lorsqu'il commence par une séance de course à pied, il enchaîne avec une séance de natation avec une probabilité de 0,4 ;
- lorsqu'il commence par une séance de vélo, il enchaîne avec une séance de natation avec une probabilité de 0,8.

Un jour d'entraînement, la probabilité que Fabien pratique une séance de vélo est de 0,3.

On note :

- C l'évènement : « Fabien commence par une séance de course à pied » ;
- V l'évènement : « Fabien commence par une séance de vélo » ;
- N l'évènement : « Fabien enchaîne par une séance de natation ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant représentant la situation :



2. Quelle est la probabilité que Fabien commence par une séance de course à pied et enchaîne par une séance de natation ?
3. Démontrer que : $P(N) = 0{,}52$.
4. Sachant que Fabien n'a pas fait de séance de natation, quelle est la probabilité qu'il ait commencé son entraînement par une séance de vélo ?

Partie B

L'épreuve de triathlon s'est déroulée.
Pour chaque participant on enregistre sa performance, c'est-à-dire le temps total pour effectuer les trois épreuves du parcours.
On admet que l'ensemble des performances des participants, exprimées en heure, peut être modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance 2,5 et d'écart-type 0,25.

1. Calculer $P(T \geqslant 3)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer la probabilité qu'une performance prise au hasard se situe entre 2 heures et 3 heures.
3. Déterminer t, à la minute près, pour que $P(T \leqslant t) = 0{,}75$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Chaque participant au triathlon complète une fiche d'inscription comportant différents renseignements, dont le sexe du participant.
L'organisateur affirme que le pourcentage de femmes ayant participé à ce triathlon est de 50 %.
En raison du très grand nombre de participants au triathlon, l'organisateur décide de vérifier cette affirmation sur la base d'un échantillon de 60 fiches tirées au hasard.

1. Calculer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de femmes dans un échantillon aléatoire de 60 fiches.
2. L'échantillon prélevé au hasard comprend 25 fiches correspondant à des femmes.
   Ce constat remet-il en question l'affirmation de l'organisateur ? Justifier la réponse.

Exercice 2 **5 points**
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Une commune dispose de 380 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

- chaque voiture est louée pour une durée d'un mois ;
- la location commence le 1er jour du mois et se termine le dernier jour du même mois ;
- le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.
Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voitures.
Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite (u_n), où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de voitures louées le n-ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi $u_0 = 280$.
On admet que cette modélisation conduit à l'égalité : $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 42$.

1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019 ?
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 420$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera le premier terme v_0 et la raison.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et montrer que $u_n = -140 \times 0{,}9^n + 420$.
3. Déterminer la limite de la suite (u_n) puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. La commune, qui possède initialement 380 véhicules, envisage d'acheter des voitures supplémentaires pour répondre à la demande. Le responsable de la commune souhaite prévoir à partir de quelle date le nombre de voitures sera insuffisant.
On souhaite utiliser l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 280
Tant que .........
        N ← N+1
        U ← .........
Fin Tant que
```

a. Recopier et compléter l'algorithme.

b. Que contient la variable N à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

c. En déduire le mois durant lequel la commune devra augmenter le nombre de voitures.

5. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation :

$$-140 \times 0{,}9^n + 420 > 380$$

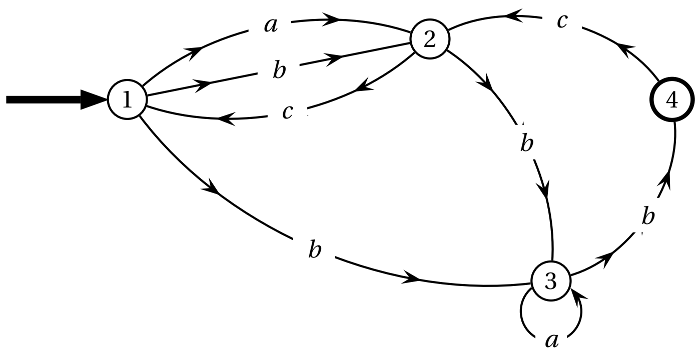
et retrouver le résultat précédent.

Exercice 2 **5 points**
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Pour accéder à un local d'une petite entreprise, les employés doivent choisir un code reconnu par l'automate suivant :



Une succession de lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus, en partant du sommet 1 et en sortant au sommet 4.
Par exemple :

- le mot *bcbab* est un mot reconnu par cet automate, et correspond au chemin 121334 ;
- le mot *abac* n'est pas reconnu par cet automate.

1. Parmi les mots suivants, quels sont ceux qui sont reconnus par cet automate ?

abab, *abc*, *abbcbb*.

2. Recopier et compléter la matrice d'adjacence $M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$ associée au graphe orienté dans laquelle les sommets sont rangés dans l'ordre croissant.

3. Un logiciel de calcul formel donne

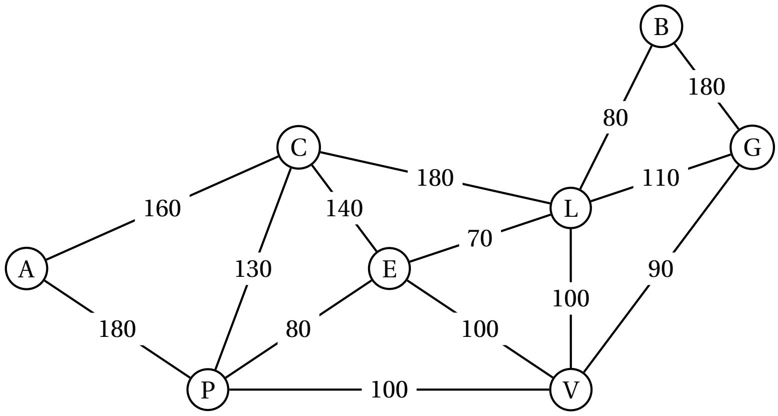
$$M^4 = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 10 & 5 \\ 1 & 6 & 7 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M^5 = \begin{pmatrix} 3 & 15 & 18 & 10 \\ 6 & 6 & 14 & 7 \\ 3 & 4 & 8 & 4 \\ 1 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Combien de mots de 4 lettres sont-ils reconnus par l'automate ? Justifier. Quels sont-ils ?

Partie B

Dans le graphe ci-après, on a fait figurer les distances routières, exprimées en kilomètre, entre certaines grandes villes de la région Auvergne-Rhône-Alpes.

A : Aurillac	G : Grenoble
B : Bourg-en-Bresse	L : Lyon
C : Clermont-Ferrand	P : Le Puy-en-Velay
E : Saint-Étienne	V : Valence



1. Un technicien doit vérifier l'état des routes du réseau représenté par le graphe ci-dessus.

a. Peut-il parcourir l'ensemble du réseau en empruntant chaque route une et une seule fois ? Justifier la réponse.

b. Si un tel parcours est possible, préciser par quelle(s) ville(s) de ce réseau routier le technicien doit commencer sa vérification.

2. Ayant terminé sa semaine de travail à Bourg-en-Bresse, le technicien souhaite retourner chez lui à Aurillac en faisant le moins de kilomètres possibles.

a. Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le plus court chemin entre les villes de Bourg-en-Bresse et Aurillac en empruntant le réseau routier.

b. La route entre Le Puy-en-Velay et Aurillac est fermée à la circulation. Quel chemin doit-il alors emprunter ?

Exercice 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,3$.
On peut affirmer que $P(X \geqslant 1)$ est égale à :

A. environ 0,972	**B.** environ 0,999
C. environ 0,121	**D.** $\frac{3}{10}$

2. La variable aléatoire T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[10 ; 40]$.
On peut affirmer que $P(15 \leqslant T \leqslant 25)$ est égale à :

A. $\frac{2}{3}$	**B.** $\frac{1}{3}$
C. $\frac{3}{8}$	**D.** $\frac{5}{8}$

3. L'arrondi au centième de la somme $1 + 1,2 + 1,2^2 + 1,2^3 + \cdots + 1,2^{10}$ est :

A. 3,27	**B.** 25,96
C. 26,96	**D.** 32,15

4. On considère la fonction g deux fois dérivable sur $[0,1 ; 10]$ par :

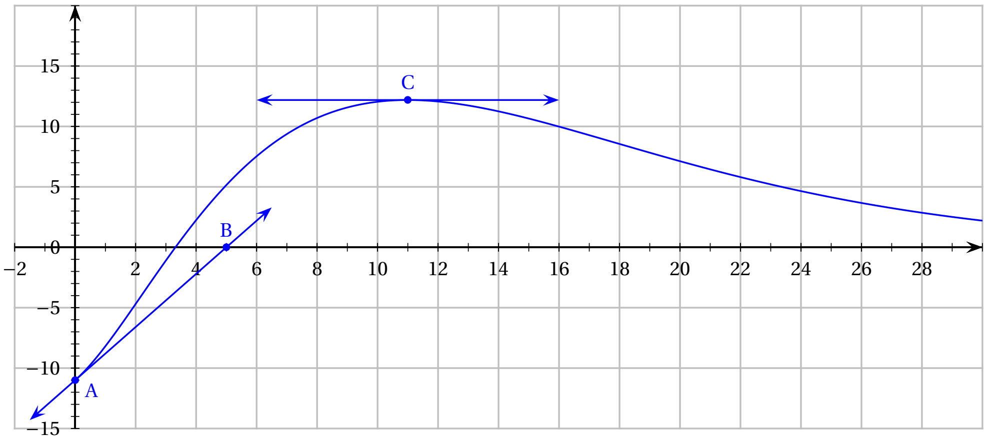
$$g(x) = x^2 (2\ln(x) - 5) + 2.$$

A. g est concave sur $[0,1 ; 10]$	**B.** g est concave sur $[\text{e} ; 10]$
C. g est convexe sur $[0,1 ; 7]$	**D.** g est convexe sur $[\text{e} ; 10]$

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans le repère orthogonal donné ci-dessous, $\mathcal{C}_f$ est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $[0\,;30]$.
La tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 0 passe par le point B (5 ; 0).
La tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point C d'abscisse 11 est parallèle à l'axe des abscisses.



Dans toute la suite, on note f' la dérivée de la fonction f sur $[0\,;30]$ et F une primitive de f sur $[0\,;30]$.

Partie A – Lectures graphiques

1. Lire graphiquement les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(11)$.
2. L'affirmation « La fonction F est croissante sur $[0\,;11]$. » est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Partie B – Étude d'une fonction

La fonction f est définie sur $[0\,;30]$ par :

$$f(x) = \left(x^2 - 11\right)\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

	Instruction :	**Résultat :**
1	$f(x) = (x^2 - 11) * \exp(-0,2 * x)$	$\left(x^2 - 11\right)\mathrm{e}^{-0,2x}$
2	Dérivée$(f(x))$	$\left(-0,2x^2 + 2x + 2,2\right)\mathrm{e}^{-0,2x}$
3	Intégrale$(f(x))$	$\left(-5x^2 - 50x - 195\right)\mathrm{e}^{-0,2x}$

1. Pour tout réel $x \in [0\,;30]$, justifier le résultat de l'instruction obtenu en ligne 2 du logiciel.
2. Étudier le signe de f' sur $[0\,;30]$ puis dresser le tableau des variations de f sur $[0\,;30]$.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0\,;11]$ puis donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
4. En utilisant sans le démontrer un résultat du logiciel, calculer la valeur exacte puis l'arrondi à 10^{-2} de l'intégrale : $I = \displaystyle\int_{10}^{20} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie C – Application économique

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} *si nécessaire.*

La fonction de demande d'un produit est modélisée sur l'intervalle $[5\,;30]$ par la fonction f étudiée dans la **partie B.**

Le nombre $f(x)$ représente la quantité demandée, exprimée en centaines de milliers d'objets, lorsque le prix unitaire est égal à x euros.

1. Calculer le nombre d'objets demandés, au millier près, lorsque le prix unitaire est fixé à 15 euros.

2. En utilisant les résultats de la **partie B**, déterminer la demande moyenne arrondie au millier d'objets, lorsque le prix unitaire varie entre 10 et 20 euros.

3. L'élasticité $E(x)$ de la demande par rapport au prix est le pourcentage de variation de la demande pour une augmentation de 1 % du prix.

On admet qu'une bonne approximation de $E(x)$ est donnée par :

$$E(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \times x \text{ lorsque } x \in [5\,;30].$$

Calculer $E(15)$ et interpréter le résultat.

Sommaire Index

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat Terminale ES/L – Liban mai 2019 ∾

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

1. Soit u la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par : $u(x) = 3\ln(x) - 2x + 1$.
   Soit $\mathscr{C}_u$ la courbe représentative de la fonction u dans un repère.

   Affirmation 1 : $y = x - 2$ est l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_u$ au point d'abscisse 1.

2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left[\text{e}\ ;\ \text{e}^2\right]$ par $f(x) = \dfrac{1}{\text{e}^2}\ln(x)$.
   On admet que la fonction $x \longmapsto x\ln(x) - x$ est une primitive de la fonction $x \longmapsto \ln(x)$ sur l'intervalle $\left[\text{e}\ ;\ \text{e}^2\right]$.

   Affirmation 2 : f est une fonction de densité sur $\left[\text{e}\ ;\ \text{e}^2\right]$.

3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 3\,\text{e}^{-2x+1}$.

   Affirmation 3 : La fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = -6\,\text{e}^{-2x+1} + 6$ est la primitive de g qui s'annule en $\dfrac{1}{2}$.

4. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[-8\,;\,-0{,}5]$ par : $h(x) = \dfrac{4x+1}{x^2}$.

   Affirmation 4 : La fonction h est concave sur l'intervalle $[-8\,;\,-0{,}75]$.

Exercice 2 **5 points**
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

La Pyrale du buis est une espèce de lépidoptères de la famille des Crambidæ, originaire d'Extrême-Orient. Introduite accidentellement en Europe dans les années 2000, elle y est devenue invasive. Une étude décomptant le nombre de chenilles de Pyrale dans un camping d'Ardèche donne les estimations suivantes :

Date	01/06/18	02/06/18	03/06/18
n	0	1	2
Nombre de chenilles en centaines	97	181	258

L'exercice étudie et compare deux modélisations de l'évolution du nombre de chenilles.

Partie 1 : *Modèle 1*

Dans cette partie, on modélise le nombre de chenilles le n-ième jour après le 1^{er} juin 2018 (nombre exprimé en centaines) par une suite géométrique (u_n) de raison $q = 1{,}63$. Ainsi $u_0 = 97$.

1. Calculer u_2. Arrondir à l'unité.
2. Exprimer u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
3. Justifier que la suite (u_n) est croissante.
4. Selon ce modèle, quel sera le nombre de chenilles le 13 juin 2018 ? Arrondir à la centaine.

Partie 2 : *Modèle 2*

Dans cette partie, on modélise le nombre de chenilles le n-ième jour après le 1er juin 2018 (nombre exprimé en centaines) par une suite (v_n) telle que :

$$v_0 = 97 \text{ et, pour tout entier naturel } n,\ v_{n+1} = 0{,}91 v_n + 93.$$

1. On admet que, pour tout entier naturel n : $v_n = \dfrac{1}{3}\left(-2\,809 \times 0{,}91^n + 3\,100\right)$.

Selon ce modèle, quel sera le nombre de chenilles le 13 juin 2018 ? Arrondir à la centaine.

2. En étudiant le signe de $v_{n+1} - v_n$, montrer que la suite (v_n) est croissante.

Partie 3 : *Comparaison des différents modèles*

La valeur relevée dans le camping le 13 juin 2018 est de 745 centaines de chenilles.

1. À partir de ce relevé, quel modèle paraît le plus adapté ?

2. On reprend l'étude du deuxième modèle.

a. Résoudre l'inéquation : $v_n \geqslant 1\,000$.

b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie 1

Les clients d'un restaurant sont des habitués qui y déjeunent tous les jours. En septembre 2018, le restaurateur propose trois nouveaux plats : plat A, plat B et plat C.

D'un jour à l'autre, il constate que :

- Parmi les clients ayant choisi le plat A : 30 % reprennent le plat A le lendemain, 50 % prennent le plat B le lendemain.
- Parmi les clients ayant choisi le plat B : 30 % reprennent le plat B le lendemain, 60 % prennent le plat A le lendemain.
- Parmi les clients ayant choisi le plat C : 35 % prennent le plat A le lendemain, 45 % prennent le plat B le lendemain.

On note pour tout entier n non nul :

- a_n la proportion de clients ayant choisi le plat A le n-ième jour ;
- b_n la proportion de clients ayant choisi le plat B le n-ième jour ;
- c_n la proportion de clients ayant choisi le plat C le n-ième jour.

Pour tout entier $n \geqslant 1$, on note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n & c_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste le n-ième jour.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.

2. Donner la matrice de transition M de ce graphe, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

3. Le restaurateur a noté que le premier jour 35,5 % des clients ont pris le plat A, 40,5 % ont pris le plat B et 24 % ont pris le plat C.

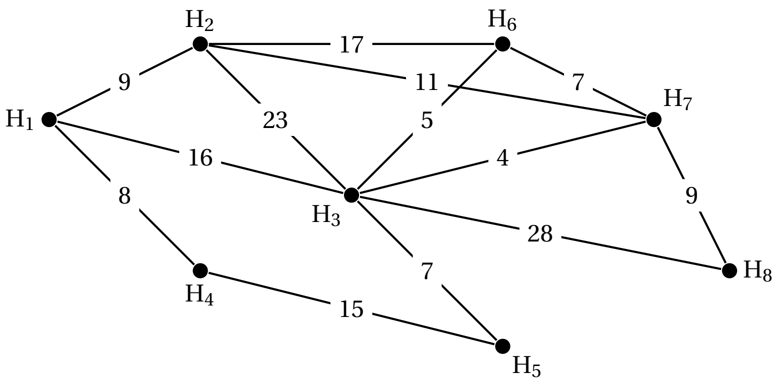
Calculer P_2.

4. Le restaurateur affirme que le douzième jour, la proportion de clients qui choisiront le plat C sera à peu près la même que le treizième jour, soit environ 15,9 %.

A-t-il raison ? Justifier.

Partie 2

Pour le dîner, le restaurateur décide de proposer des livraisons à domicile. Il fait un essai avec huit clients.
Sur le graphe ci-dessous, les sommets représentent les différents lieux d'habitation de ces huit clients. Les arêtes représentent les rues et les valeurs indiquent les durées moyennes des trajets exprimées en minutes.



1. Répondre aux questions suivantes en justifiant.
   a. Existe-t-il un parcours qui emprunte toutes les rues une et une seule fois ?
   b. Un tel parcours peut-il partir de H_1 et y revenir ?
2. En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le temps minimal pour aller de H_4 vers H_8. Préciser le trajet correspondant.

Exercice 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4 ; 10]$ par :

$$f(x) = 1 + \left(-4x^2 - 10x + 8\right) \mathrm{e}^{-0,5x}.$$

1. On note f' la fonction dérivée de f.
   Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-4 ; 10]$:
   $$f'(x) = \left(2x^2 - 3x - 14\right) \mathrm{e}^{-0,5x}.$$
2. Dresser, en justifiant, le tableau des variations de f sur l'intervalle $[-4 ; 10]$.
   On donnera les valeurs exactes des éléments du tableau.
3. a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-4 ; -2]$.
   b. On considère l'algorithme ci-contre.

   Recopier et compléter la deuxième ligne du tableau ci-dessous correspondant au deuxième passage dans la boucle.

```
a ← −4
b ← −2
Tant que (b − a) > 10^−1
        m ← (a + b)/2
        p ← f(a) × f(m)
        Si p > 0 alors
                a ← m
        Sinon
                b ← m
        Fin Si
Fin Tant que
```

	m	signe de p	a	b	$b-a$	$b-a>10^{-1}$
Initialisation			-4	-2	2	VRAI
Après le 1er passage dans la boucle	-3	Négatif	-4	-3	1	VRAI
Après le 2e passage dans la boucle						

c. À la fin de l'exécution de l'algorithme, les variables a et b contiennent les valeurs $-3{,}1875$ et $-3{,}125$. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.

4. On admet qu'une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-4\,;\,10]$ est la fonction F définie par $F(x) = x + \left(8x^2+52x+88\right)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[-4\,;\,10]$. Arrondir au centième.

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est composé de trois parties indépendantes.

Partie A

D'après un sondage sur la fréquence de rejet de produits polluants dans les canalisations, on estime que 72 % de la population est respectueuse de son environnement.
On interroge 300 personnes choisies au hasard pour savoir si elles jettent régulièrement des produits polluants dans les canalisations, ce qui permet de repérer des personnes respectueuses de leur environnement. On estime que la population est suffisamment grande pour que ce choix de 300 personnes soit assimilable à un tirage avec remise.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes respectueuses de leur environnement dans un échantillon de 300 personnes choisies au hasard.

1. Quelle est la loi suivie par X ? Justifier.
2. Calculer la probabilité que 190 personnes soient respectueuses de leur environnement. Arrondir à 10^{-4}.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 220 personnes soient respectueuses de leur environnement. Arrondir à 10^{-4}.

Partie 2

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^2-7x-4 \geqslant 0$.
2. On choisit un nombre au hasard dans l'intervalle $[0\,;\,10]$. Calculer la probabilité que ce nombre soit solution de l'inéquation précédente.

Partie 3

1. Soit Z une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 2,3 et d'écart-type 0,11.
   a. Calculer $P(2{,}18 \leqslant Z \leqslant 2{,}42)$. Arrondir à 10^{-2}.
   b. Calculer $P(Z \geqslant 2{,}25)$. Arrondir à 10^{-2}.
2. On suppose maintenant que Z suit une loi normale d'espérance 2,3 et d'écart-type σ.
   Donner une valeur approchée de σ pour que $P(2{,}18 \leqslant Z \leqslant 2{,}42) \approx 0{,}95$. Justifier.

Sommaire Index

Baccalauréat ES Centres étrangers [1] 13 juin 2019

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante. Les résultats approchés seront arrondis au millième.

Partie A

On s'intéresse à la clientèle d'un musée.
Chaque visiteur peut acheter son billet sur internet avant sa visite ou l'acheter aux caisses du musée à son arrivée.
Pour l'instant, la location d'un audioguide pour la visite n'est possible qu'aux caisses du musée.
Le directeur s'interroge sur la pertinence de proposer la réservation des audioguides sur internet.
Une étude est réalisée. Elle révèle que :

- 70 % des clients achètent leur billet sur internet ;
- parmi les clients achetant leur billet sur internet, 35 % choisissent à leur arrivée au musée une visite avec un audioguide ;
- parmi les clients achetant leur billet aux caisses du musée, 55 % choisissent une visite avec un audioguide.

On choisit au hasard un client du musée. On considère les évènements suivants :

- A : « Le client choisit une visite avec un audioguide » ;
- B : « Le client achète son billet sur internet avant sa visite ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Démontrer que la probabilité que le client choisisse une visite avec un audioguide est égale à 0,41.

3. On s'intéresse aux clients qui visitent le musée avec un audioguide.
Si plus de la moitié d'entre eux ont acheté leur billet sur internet alors le directeur proposera à l'avenir la location de l'audioguide sur le site internet du musée.
D'après les résultats de cette étude, que va décider le directeur ? Justifier la réponse.

Partie B

On s'intéresse désormais à la fréquentation de la boutique du musée.
On note T la variable aléatoire qui, à chaque visiteur, associe la durée en minutes passée dans la boutique.
Une étude statistique a montré que la variable aléatoire T suit la loi normale de moyenne $\mu = 10$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

1. Quelle est la probabilité qu'un visiteur reste moins de six minutes dans la boutique ?

2. Calculer $P(6 \leqslant T \leqslant 14)$.

3. Déterminer une valeur approchée au dixième du nombre réel a tel que $P(T \geqslant a) = 0,25$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Les recettes obtenues par la boutique ne sont pas jugées satisfaisantes ; celle-ci est donc réaménagée. Une étude menée suite à ce réaménagement montre que 25 % des visiteurs passent désormais au moins 15 minutes dans la boutique.
Pour s'en assurer le gérant de la boutique constitue un échantillon aléatoire de 720 visiteurs. Il constate que 161 d'entre eux sont restés 15 minutes ou plus.
Cet échantillon confirme-t-il les résultats de l'étude ? Justifier la réponse.

1. Pondichéry

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Reporter sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Aucune justification n'est demandée.

Un constructeur automobile commercialise un nouveau véhicule. Afin de le faire connaître, une campagne publicitaire est organisée. On étudie l'impact de cette campagne publicitaire dans une certaine région.

1. On montre la publicité à 3 000 habitants de cette région. Parmi eux, 817 la trouvent attractive. Un intervalle de confiance au seuil de 0,95 de la proportion d'habitants de la région trouvant que la publicité est attractive est (les bornes ont été arrondies à 10^{-3}) :

A. $[0{,}271 ; 0{,}273]$	**B.** $[0{,}211 ; 0{,}333]$
C. $[0{,}254 ; 0{,}333]$	**D.** $[0{,}254 ; 0{,}291]$

2. Dans une ville de la région, sur une population de 4 200 habitants, 36 % ont pris connaissance de la publicité lors de la première semaine de la campagne. Le nombre d'habitants de cette ville ayant pris connaissance de la publicité lors de la première semaine de la campagne est :

A. 2 688	**B.** 1 512
C. 1 167	**D.** 4 164

3. Le premier jour de la campagne publicitaire, 150 habitants de la région ont pris connaissance de la publicité. Chaque jour, le nombre d'habitants de la région ayant pris connaissance de la publicité est multiplié par 2.

On souhaite écrire un algorithme qui détermine le nombre de jours au bout desquels au moins 30 000 habitants de la région auront pris connaissance de la publicité.

Parmi ces algorithmes, quel est celui dont le contenu de la variable N, après exécution de l'algorithme, répond au problème ?

A.	**B.**

$A \leftarrow 150$
$N \leftarrow 1$
Tant que $A < 30000$
    $A \leftarrow 2A$
Fin Tant que
$N \leftarrow N+1$
	$A \leftarrow 150$
	$N \leftarrow 1$
	Tant que $A < 30000$
	    $A \leftarrow 2A$
	    $N \leftarrow N+1$
	Fin Tant que

C.	**D.**

$A \leftarrow 150$
$N \leftarrow 1$
Tant que $A < 30000$
    $A \leftarrow 2A$
Fin Tant que
	$A \leftarrow 150$
	$N \leftarrow 1$
	Tant que $A > 30000$
	    $A \leftarrow 2A$
	    $N \leftarrow N+1$
	Fin Tant que

4. Dans une concession automobile de la région, le temps d'attente, exprimé en minutes, avant d'être reçu par un conseiller commercial peut être modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[1 ; 10]$.

Un visiteur se présente. Quelle est la probabilité qu'il attende au moins 5 minutes avant d'être reçu par un conseiller commercial ?

A. 0,4	**B.** 0,5
C. $\dfrac{4}{9}$	**D.** $\dfrac{5}{9}$

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L.

Afin de conserver au fil des années un parc en bon état, un loueur de vélos se sépare chaque hiver de 20 % de son stock et achète ensuite 35 nouveaux vélos.
On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de vélos présents dans le stock de ce loueur au 1er juillet de l'année $(2018+n)$.
Au 1er juillet 2018, le loueur possède 150 vélos, ainsi $u_0 = 150$.

1. **a.** Déterminer le nombre de vélos dans le stock du loueur au 1er juillet 2019.

   b. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 35$.

2. On a calculé les premiers termes de cette suite à l'aide d'un tableur.
   Une copie d'écran est donnée ci-dessous :

	A	B
1	rang n	terme u_n
2	0	150
3	1	155
4	2	159
5	3	162,2

   a. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir, par copie vers le bas, les termes successifs de la suite (u_n) ?

   b. Pour les termes de rang 36, 37, 38, 39 et 40, on obtient les résultats suivants (arrondis au millième) :

38	36	174,992
39	37	174,994
40	38	174,995
41	39	174,996
42	40	174,997

   Conjecturer la limite de la suite (u_n).

3. *Dans cette question, on cherche à démontrer la conjecture émise à la question précédente.*
   Pour cela, on pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 175$.

   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n = -25 \times 0{,}8^n + 175$.

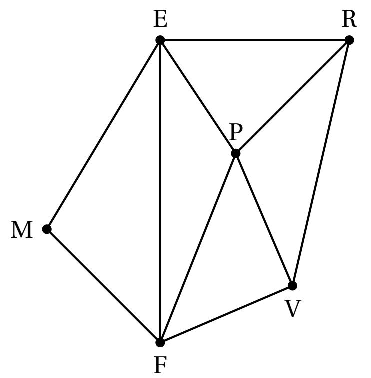
   c. Déterminer alors la limite de la suite (u_n).

4. On admet que la suite (u_n) est croissante.
   Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que : $u_n \geqslant 170$.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un restaurateur se fournit auprès de 5 producteurs locaux. Le graphe ci-dessous représente la situation géographique du restaurateur et de ses fournisseurs, les arêtes correspondant au réseau routier et les sommets aux producteurs :



Légende :
E : éleveur
F : fromager
M : maraîcher
P : pisciculteur
R : **restaurateur**
V : vigneron

1. **a.** Le graphe est-il complet ? Justifier la réponse.

   b. Le graphe est-il connexe ? Justifier la réponse.

2. Est-il possible pour le restaurateur d'organiser une visite de tous ses producteurs en partant de son restaurant et en empruntant une fois et une seule chaque route ? Justifier la réponse.

   Si oui, préciser le point d'arrivée et proposer un tel parcours.

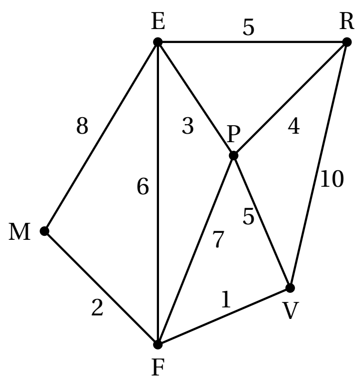
3. On appelle N la matrice d'adjacence associée à ce graphe, les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique.

   a. Déterminer la matrice N.

   b. On donne la matrice $N^3 = \begin{pmatrix} 6 & 10 & 6 & 10 & 9 & 5 \\ 10 & 6 & 6 & 10 & 5 & 9 \\ 6 & 6 & 2 & 4 & 4 & 4 \\ 10 & 10 & 4 & 8 & 8 & 8 \\ 9 & 5 & 4 & 8 & 4 & 8 \\ 5 & 9 & 4 & 8 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

   Déterminer, en justifiant la réponse, le nombre de chemins de longueur 3 reliant l'éleveur au vigneron.

4. Les arêtes du graphe sont pondérées par les distances, exprimées en kilomètre, entre les différents lieux :



Le restaurateur doit se rendre chez le maraîcher en partant de chez lui. Quel est le plus court chemin pour effectuer ce trajet ? Justifier la réponse à l'aide d'un algorithme.

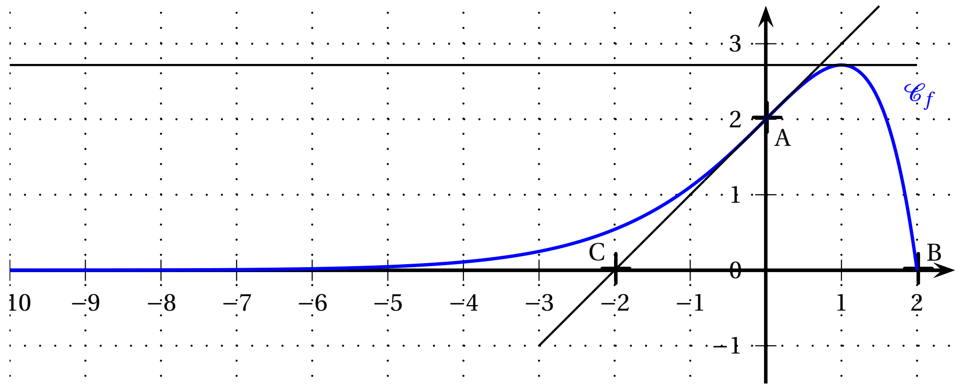
EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Dans le repère ci-dessous, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10 ; 2]$. On a placé les points A(0; 2), B(2; 0) et C(−2 ; 0).
On dispose des renseignements suivants :

- Le point B appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- La droite (AC) est tangente en A à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est une droite horizontale.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Indiquer les valeurs de $f(0)$ et de $f(2)$.
2. Indiquer la valeur de $f'(1)$.
3. Donner une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10 ; 2]$.
5. Indiquer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.
6. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe, et celui sur lequel elle est concave.
7. On s'intéresse au nombre $I = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   a. Sur le graphique donné **en annexe et à rendre avec la copie**, hachurer le domaine du plan dont l'aire, exprimée en unités d'aire, est égale à I.
   b. Donner un encadrement du nombre I par deux entiers consécutifs.

Partie B

Dans cette partie, on cherche à vérifier par le calcul les résultats lus graphiquement dans la partie A.
On sait désormais que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-10 ; 2]$ par :

$$f(x) = (2 - x)\mathrm{e}^x.$$

.

1. Calculer $f(0)$ et $f(2)$.
   a. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-10 ; 2]$.
   b. En déduire la valeur de $f'(1)$.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
3. **a.** Dresser le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.

b. En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10 ; 2]$, puis donner une valeur approchée au centième de chacune de ces solutions.

4. Un logiciel de calcul formel fournit le résultat suivant :

1	$f(x) := (2-x) * \exp(x)$
	$f(x) := (-x+2)\mathrm{e}^x$
2	Simplifier(Dérivée(Dérivée($f(x)$)))
	$-x\mathrm{e}^x$

Utiliser le résultat du logiciel pour étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.

5. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[-10 ; 2]$ par :

$$F(x) = (3-x)\mathrm{e}^x.$$

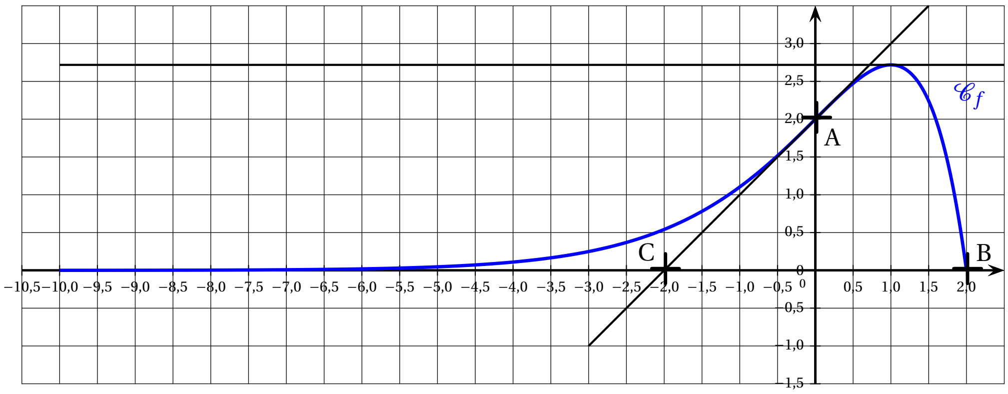
a. Vérifier que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.

b. En déduire la valeur exacte et une valeur approchée au centième du nombre

$$I = \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Feuille annexe à rendre avec la copie

Exercice 4



Sommaire Index

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Antilles-Guyane 18 juin 2019

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La partie C est indépendante des parties A et B.

Une grande enseigne décide d'organiser un jeu permettant de gagner un bon d'achat. Le jeu se déroule en deux étapes :

- **Étape 1** : chaque client tire au hasard une carte sur laquelle figure un nombre de 1 à 50, chaque numéro ayant la même probabilité d'être découvert;
- **Étape 2** :
  - s'il découvre un numéro compris entre 1 et 15, il fait tourner une roue divisée en 10 secteurs de même taille dont 8 secteurs contiennent une étoile;
  - sinon, il fait tourner une autre roue divisée elle aussi en 10 secteurs de même taille dont un seul secteur contient une étoile.

Un bon d'achat est gagné par le client si la roue s'arrête sur une étoile.

Partie A

Un client joue à ce jeu. On note :
N l'évènement « Le client découvre un numéro entre 1 et 15 »;
E l'évènement « Le client obtient une étoile ».

1. **a.** Justifier que $P(N) = 0,3$ et que $P_N(E) = 0,8$.
   b. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le client trouve un numéro entre 1 et 15 et une étoile.
3. Justifier que la probabilité que le client gagne un bon d'achat est égale à 0,31.
4. Le client a gagné un bon d'achat. Quelle est la probabilité qu'il ait obtenu un numéro entre 1 et 15 à la première étape?

Partie B

Le montant d'un bon d'achat est de 10 euros.
Pour ce jeu, le directeur de l'hypermarché a prévu un budget de 250 euros par tranche de 100 clients y participant. Pour vérifier que son budget est suffisant, il simule 100 fois le jeu d'un client à l'aide d'un logiciel.
On appelle X la variable aléatoire qui, à 100 jeux simulés, associe le nombre de bons d'achat gagnés. On admet que X suit une loi binomiale.

1. Préciser les paramètres de X.
2. Calculer la probabilité pour qu'il y ait exactement 30 clients gagnants.
3. Quel est le montant moyen de la somme totale offerte en bons d'achat? Le budget prévisionnel est-il suffisant?

Partie C

La direction de l'hypermarché étudie le temps que les clients passent dans son magasin.
On admet que le temps, exprimé en minute, passé dans ce magasin par un client peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 45$ et d'écart type $\sigma = 5$.

1. Calculer la probabilité qu'un client pris au hasard dans ce magasin reste entre 30 et 60 minutes.
2. Calculer la probabilité qu'un client pris au hasard dans ce magasin reste plus de 50 minutes.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Un infographiste simule sur ordinateur la croissance d'un bambou. Il prend pour modèle un bambou d'une taille initiale de 1 m dont la taille augmente d'un mois sur l'autre de 5 % auxquels s'ajoutent 20 cm.
Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n la taille, exprimée en centimètre, qu'aurait le bambou à la fin du n-ième mois, et $u_0 = 100$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}05 \times u_n + 20$.
3. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n + 400$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 500 \times 1{,}05^n - 400$.
   d. Calculer la taille du bambou, au centimètre près, à la fin du 7^e^ mois.
4. On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel n est un entier naturel et u est un nombre réel.

```
u ← 100
n ← 0
Tant que u < 200 faire
    | u ← 1,05 × u + 20
    | n ← n + 1
Fin Tant que
```

   a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme.

Test $u < 200$		vrai		...
Valeur de u	100			...
Valeur de n	0			...

   b. Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?
   Interpréter le résultat au regard de la situation étudiée dans cet exercice.
   c. Modifier les lignes nécessaires dans l'algorithme pour déterminer le nombre de mois qu'il faudrait à un bambou de 50 cm pour atteindre ou dépasser 10 m.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

La mairie d'une ville propose une carte jeune annuelle donnant droit à des réductions sur les activités culturelles et de loisirs. La mairie espère que dans l'avenir, au moins 70 % de la population des 12-18 ans possèdent la carte et si oui, en quelle année cela se produirait.
Ces dernières années, lors du renouvellement de la carte, on a constaté que 10 % des possesseurs de la carte ne la rachètent pas. Dans le même temps, 30 % de la population des 12-18 ans qui ne la possédaient pas l'année précédente achètent la carte. On fait l'hypothèse que l'effectif de la population des 12-18 ans est constant et que l'évolution va rester la même pour les prochaines années.

En 2018, 80 % des jeunes de 12-18 ans ne possédaient pas la carte.
On note, pour tout entier naturel n, a_n la part de la population des 12-18 ans de la ville possédant la carte l'année $2018+n$, et b_n la part de la population des 12-18 ans ne la possédant pas.

Partie A

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et B où le sommet A représente l'état « posséder une carte jeune » et B l'état « ne pas posséder une carte jeune ».
2. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre A puis B des sommets.
3. **a.** Vérifier que $a_2 = 0{,}552$ et $b_2 = 0{,}448$.

   b. Interpréter le coefficient 0,552 dans le contexte de l'énoncé.
4. On note a et b les coefficients de la matrice P correspondant à l'état stable de ce graphe.

   a. Montrer que les nombres a et b sont solutions du système $\left\{\begin{array}{rcl}-0{,}1a+0{,}3b & = & 0\\ a+\quad b & = & 1\end{array}\right.$

   b. Justifier que la mairie peut espérer qu'à l'avenir au moins 70 % de la population des 12-18 ans possèdent la carte.

Partie B

On admet que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}6a_n + 0{,}3$ et que la suite (a_n) est croissante.

1. On donne l'algorithme suivant dans lequel A est un nombre réel et N est un entier naturel.

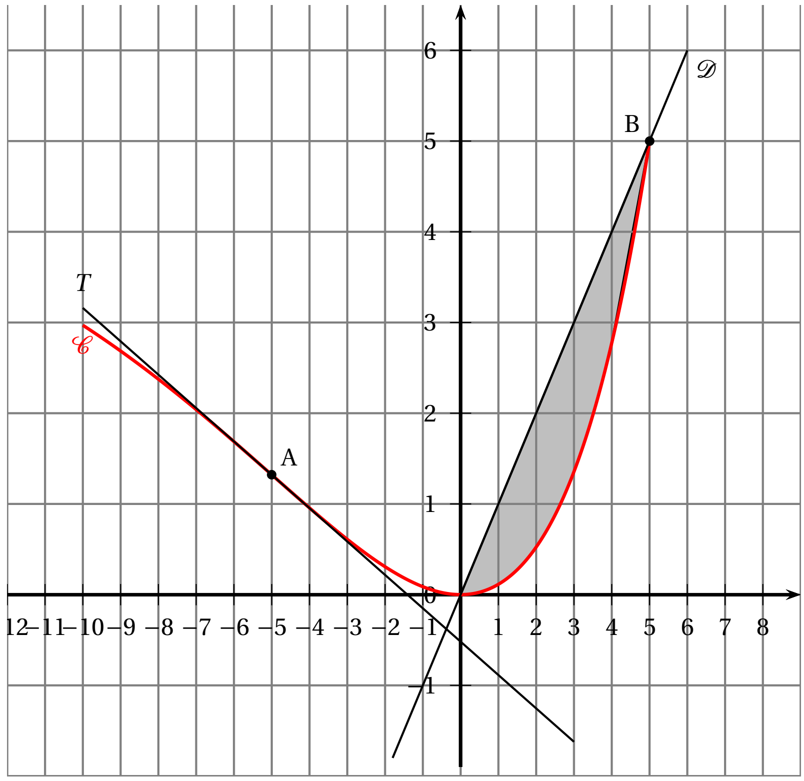
```
A ← 0,2
N ← 0
Tant que ...... faire
  | A prend la valeur ......
  | N prend la valeur ......
Fin Tant Que
```

   Recopier puis compléter les pointillés des lignes 3 à 5 de l'algorithme ci-dessus pour qu'il affiche le nombre d'années nécessaires à la mairie pour atteindre son objectif qu'au moins 70 % de la population des 12-18 ans possèdent la carte.
2. En quelle année l'objectif sera-t-il atteint ?

Exercice 3 **7 points**
Commun à tous les candidats

Dans la figure ci-dessous sont représentés dans un repère orthogonal :

- la courbe $\mathcal{C}$ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10\,;\,5]$;
- la tangente T à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse -5 ;
- la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$;
- le domaine S situé entre la droite $\mathcal{D}$ et la courbe $\mathcal{C}$, grisé sur la figure.



Partie A

Dans cette partie les estimations seront obtenues par lecture graphique.

Cette partie A est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. Parmi les quatre valeurs ci-dessous, la meilleure valeur approchée du coefficient directeur de la tangente T est :

   a. $-\dfrac{1}{3}$ **b.** -3

   c. 3 **d.** $\dfrac{1}{3}$

2. La fonction f semble :

   a. concave sur $[-5\ ;\ 0]$ **b.** concave sur $[-10\ ;\ 0]$

   c. convexe sur $[-10\ ;\ 5]$ **d.** convexe sur $[-5\ ;\ 5]$

3. L'aire du domaine S, en unité d'aire, appartient à l'intervalle :

   a. $[-4\ ;\ -2]$ **b.** $[4\ ;\ 7]$

   c. $[0\ ;\ 3]$ **d.** $[7\ ;\ 10]$

Partie B

La fonction f précédente, définie et dérivable sur l'intervalle $[-10\ ;\ 5]$, a pour expression

$$f(x) = (x-5)\mathrm{e}^{0,2x} + 5.$$

1. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[-10~;~5]$.

  a. Montrer que $f'(x) = 0{,}2x\text{e}^{0{,}2x}$.

  b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [-10 ; 5].

  c. Déterminer la valeur exacte du coefficient directeur de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse -5.

2. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	$g(x) = 0{,}2x * \exp(0{,}2x)$ $\to g(x) = \dfrac{1}{5}x\text{e}^{\frac{1}{5}x}$
2	Dérivée $g'(x) = \dfrac{1}{25}x\text{e}^{\frac{1}{5}x} + \dfrac{1}{5}\text{e}^{\frac{1}{5}x}$

  a. En utilisant ces résultats, justifier que la dérivée seconde de f, notée f'', est définie par $f''(x) = (0{,}2 + 0{,}04x)\text{e}^{0{,}2x}$.

  b. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-10~;~5]$.

3. On admet qu'une primitive de f sur l'intervalle $[-10~;~5]$ est la fonction F définie par

$$F(x) = (5x - 50)\text{e}^{0{,}2x} + 5x.$$

  a. Déterminer la valeur exacte de I définie par $I = \displaystyle\int_0^5 f(x)\,\text{d}x$.

  b. Montrer que l'aire du domaine du plan situé sous la droite $\mathcal{D}$, au-dessus de l'axe des abscisses et limité par la droite d'équation $x = 5$ vaut 12,5 unités d'aire.

  c. En déduire une valeur approchée de l'aire du domaine S en unité d'aire.

Exercice 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

Afin de respecter l'accord signé sur la pollution de l'air, certaines entreprises, dès l'année 2014, ont été contraintes de diminuer chaque année la quantité de CO_2 qu'elles produisent.
Une de ces entreprises émettait 15 milliers de tonnes de CO_2 en 2014 et 14,7 milliers de tonnes en 2015.
On suppose que le taux de diminution annuel de CO_2 émis restera constant pendant les années suivantes.

1. Calculer le taux d'évolution de l'émission de CO_2 par cette entreprise entre 2014 et 2015.

2. L'accord prévoit que cette entreprise devra produire moins de 12 milliers de tonnes de CO_2 par an. En détaillant la méthode employée, déterminer à partir de quelle année la quantité de CO_2 émise par cette entreprise passera en dessous de ce seuil de 12 milliers de tonnes.

Sommaire Index

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L – Asie - 20 juin 2019

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, un seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier pour chaque question son numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse exacte rapporte 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour tout évènement E, on note $p(E)$ sa probabilité.

1. Soit X la variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(20\,;\,0,4)$.

- **a.** $p(X = 7) = 20 \times 0,4^7$
- **b.** $p(X > 4) = 0,98$ arrondie au centième
- **c.** $p(X \leqslant 4) = 0,05$ arrondie au centième
- **d.** $p(X \leqslant 7) = 0,25$ arrondie au centième

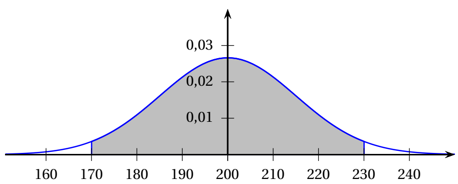
2. L'équation $\left(\mathrm{e}^{x}\right)^2 = 3\,\mathrm{e}^{x}$ possède :

- **a.** une unique solution 3
- **b.** une unique solution $\ln(3)$
- **c.** deux solutions 0 et $\ln(3)$
- **d.** deux solutions 0 et 3

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x}{\mathrm{e}^{x}}$.
Une autre expression de $f(x)$ est :

- **a.** $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{-x}$
- **b.** $f(x) = -x\,\mathrm{e}^{-x}$
- **c.** $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{x}$
- **d.** $f(x) = x\,\mathrm{e}^{-x}$

4. Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale dont la densité de probabilité est représentée ci-contre. Sur le graphique, la surface grisée correspond à une probabilité de 0,95.



Une valeur approchée à 0,1 près du nombre α tel que $p(X \geqslant \alpha) = 0,1$ est :

- **a.** $\alpha \approx 180,8$
- **b.** $\alpha \approx 212,6$
- **c.** $\alpha \approx 219,2$
- **d.** $\alpha \approx 238,4$

Exercice 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A, B *et* C *sont indépendantes.*
Si nécessaire, les résultat seront arrondis au centième.

Partie A

Un club de football est composé d'équipes adultes masculines, adultes féminines et d'équipes d'enfants. Chaque week-end, la présidente Claire assiste au match d'une seule des équipes du club et elle suit :

- dans 10 % des cas, le match d'une équipe adulte féminine ;
- dans 40 % des cas, le match d'une équipe adulte masculine ;
- dans les autres cas, le match d'une équipe d'enfants.

Lorsqu'elle assiste au match d'une équipe masculine, la probabilité que celle-ci gagne est 0,6.
Lorsqu'elle assiste au match d'une équipe d'enfants, la probabilité que celle-ci gagne est 0,54.
La probabilité que Claire voie l'équipe de son club gagner est 0,58.
On choisit un week-end au hasard. On note les évènements suivants :

- F : « Claire assiste au match d'une équipe adulte féminine » ;
- M : « Claire assiste au match d'une équipe adulte masculine » ;
- E : « Claire assiste au match d'une équipe d'enfants » ;
- G : « l'équipe du club de Claire gagne le match ».

Pour tous évènements A et B, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A, $p(A)$ la probabilité de A et, si B est de probabilité non nulle, $p_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

1. L'arbre de probabilité est donné en **annexe 1**. Le compléter au fur et à mesure de l'exercice.
2. Déterminer la probabilité $p(M \cap G)$.
3. **a.** Démontrer que $p(F \cap G) = 0{,}07$.
   b. En déduire $p_F(G)$.
   c. La probabilité que l'équipe adulte féminine gagne un match est 0,47. La présence de Claire semble-t-elle favoriser la victoire de l'équipe adulte féminine ?
4. Claire annonce avoir assisté à la victoire d'une équipe du club. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi le match d'une équipe adulte féminine ?

Partie B

Au guichet, un supporter attend pour acheter son billet. On modélise le temps d'attente en minute par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 30$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. En moyenne, combien de temps attend ce supporter au guichet ?
2. Déterminer $p(25 \leqslant X \leqslant 35)$. Interpréter dans le contexte de l'exercice.
3. Le supporter ne dispose que de 15 minutes avant le début du match pour acheter son billet. Quelle est la probabilité qu'il puisse acheter son billet avant le début du match ?

Partie C

Des études statistiques ont montré que la probabilité qu'un enfant se réinscrive d'une année sur l'autre dans le même club de football est 0,6.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion d'enfants se réinscrivant d'une année sur l'autre pour un échantillon de 75 enfants pris au hasard dans le même club de football.
2. 52 des 75 enfants du club de Claire veulent se réinscrire en septembre 2018.
   La victoire de la France aux championnats du monde en 2018 a-t-elle eu un effet sur les réinscriptions en septembre 2018 dans ce club ? Justifier.

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité et candidats de L

Les partie A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

Tous les ans, au mois de septembre, Richard prélève 8,5 tonnes d'algues sur les plages de sa commune.
Au 1er septembre 2018, il y avait 230 tonnes d'algues sur ces plages.
Tous les ans, entre le 1er octobre et le 1er septembre suivant, la quantité d'algues sur ces plages augmente de 4 %.
On note u_n la quantité en tonnes d'algues présente sur les plages au 1er septembre de l'année $2018 + n$. Ainsi, $u_0 = 230$.

1. Vérifier par le calcul que Richard disposera de 230,36 tonnes sur les plages au 1er septembre 2019.

   On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1{,}04\,u_n - 8{,}84$.

2. Soit (v_n) la suite définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 221$.

   a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 1,04.

   Préciser son premier terme.

   b. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n.

   c. En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 221 + 9 \times 1{,}04^n$.

3. La quantité d'algues présentes sur ces plages dépassera-t-elle un jour 250 tonnes ? Si oui, préciser au bout de combien d'années cette quantité sera atteinte.

Partie B

Pour développer son entreprise, à partir du 1er septembre 2019, Richard a besoin de 10 % d'algues de plus que l'année précédente.
On rappelle qu'au 1er septembre 2018, il disposait de 230 tonnes d'algues et qu'il en avait consommé 8,5 tonnes en septembre 2018. Dans cette nouvelle situation, il disposera de 230,36 tonnes d'algues au 1er septembre 2019 et en utilisera 9,35 tonnes pendant ce mois.
Richard souhaite étudier la quantité d'algues sur les plages concernées pour les 16 prochaines années selon ce modèle.
Pour cela il rédige l'algorithme ci-contre.

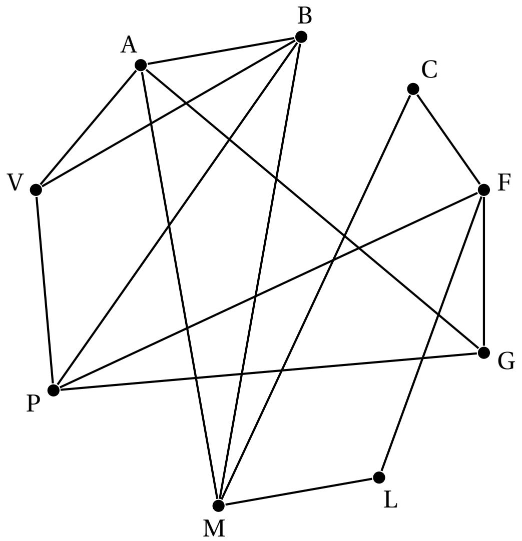
1. Que représentent les variables A et B de l'algorithme ?
2. Dans le tableau en **annexe 2**, on a obtenu différentes valeurs de A et B de l'algorithme. Compléter les lignes du tableau pour les valeurs de $K = 1$ et $K = 2$.

   Arrondir les résultats au centième.
3. Que peut conclure Richard pour 2034 ?

```
A ← 230
B ← 8,5
Pour K allant de 1 à 16
    A ← (A − B) × 1,04
    B ← B × 1,1
Fin pour
```

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi la spécialité



Une compagnie aérienne a représenté à l'aide d'un graphe les différentes liaisons assurées par ses avions. Les sommets du graphe sont les initiales des aéroports desservis et les arêtes correspondent aux vols effectués par un avion de cette compagnie entre deux aéroports.

Par exemple, l'arête entre A et G signifie qu'un avion effectue le vol entre les aéroports A et G, en partant de A vers G ou en partant de G vers A.

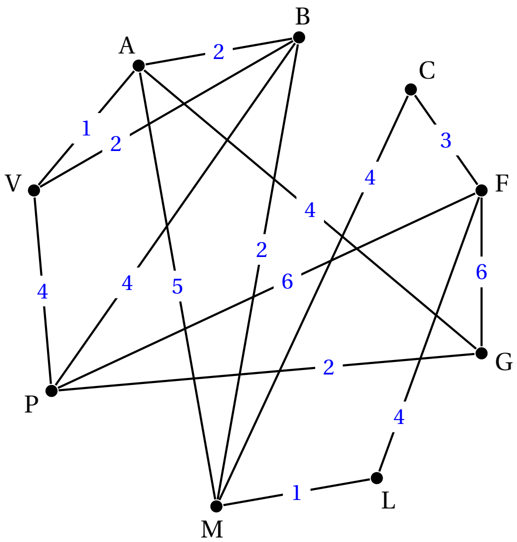
1. Le graphe est-il complet ?
   Interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.
2. On note M la matrice d'adjacence du graphe ci-dessus en classant les sommets par ordre alphabétique. Compléter les deux lignes manquantes de la matrice M donnée en **annexe 2**.
3. La compagnie souhaite qu'un avion partant de l'aéroport F effectue 3 vols avant d'arriver à l'aéroport B. À l'aide de la matrice M^3 donnée ci-après, déterminer le nombre de trajets possibles.

$$M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 & 5 & 8 & 2 & 8 & 4 & 9 \\ 9 & 6 & 2 & 5 & 4 & 2 & 8 & 9 & 7 \\ 2 & 2 & 0 & 6 & 2 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 6 & 2 & 6 & 6 & 2 & 7 & 3 \\ 8 & 4 & 2 & 6 & 2 & 2 & 4 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 6 & 2 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 8 & 8 & 6 & 2 & 4 & 6 & 2 & 6 & 3 \\ 4 & 9 & 2 & 7 & 8 & 2 & 6 & 4 & 8 \\ 9 & 7 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

4. L'entreprise souhaite qu'un même avion puisse parcourir successivement une fois et une seule chaque liaison.
   a. Justifier qu'un avion peut le faire et préciser les aéroports de départ et d'arrivée possibles.
   b. Lors de ce trajet, combien de fois cet avion doit-il se poser à l'aéroport P ?
   Expliquer la réponse.

Partie B

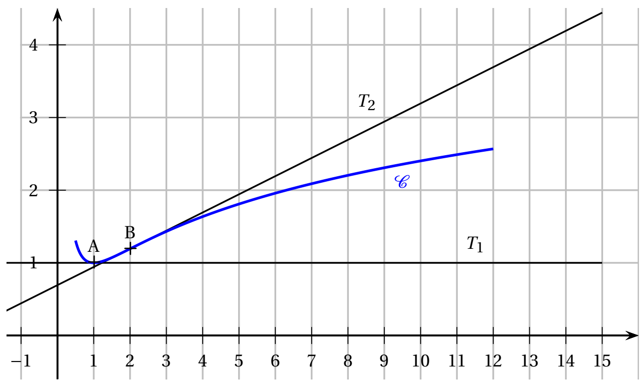
Sur le graphe ci-dessous sont indiqués les différents temps de vol en heure entre deux aéroports.



Un client souhaite utiliser une offre promotionnelle de cette compagnie pour voyager de l'aéroport V jusqu'à l'aéroport F. Combien d'heures de vol doit-il envisager au minimum ?
Préciser le trajet.

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

On a représenté ci-contre la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[0,5\,;12]$, la tangente T_1 à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 1 et la tangente T_2 à $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 2. La tangente T_1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Par lecture graphique :
   a. Déterminer $f'(1)$.
   b. Déterminer les éventuels points d'inflexion de $\mathscr{C}$.
   c. Déterminer un encadrement de $\displaystyle\int_6^8 f(x)\,\mathrm{d}x$ par deux entiers consécutifs.
2. On admet que la fonction f est définie sur $[0,5\,;12]$ par : $f(x) = \ln(x) + \dfrac{1}{x}$.
   a. Vérifier que, pour tout $x \in [0,5\,;12]$, $f'(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$.
   b. Déterminer le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f.
   Si nécessaire, on arrondira à 0,1 les valeurs numériques.
3. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats suivants que l'on pourra admettre.

Calcul formel	
1	$g(x) := (x-1)/x^2$ $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$
2	Dérivée $(g(x))$ $\dfrac{x^2-2x(x-1)}{x^4}$
3	Simplifier(Dérivée($g(x)$)) $\dfrac{-x+2}{x^3}$

Déterminer par le calcul le plus grand intervalle sur lequel f est concave.

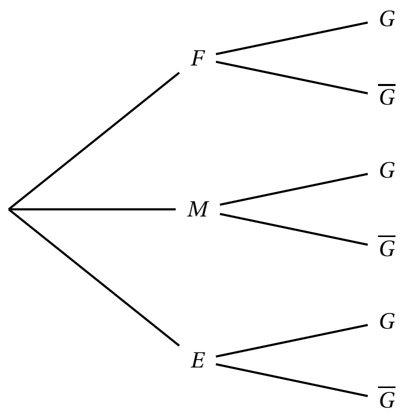
4. Soit F la fonction définie sur $[0,5\,;\,12]$ par $F(x) = (x+1)\ln(x) - x$.

a. Vérifier que F est une primitive de f sur $[0,5\,;\,12]$.

b. En déduire la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième de la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0,5\,;\,12]$.

Annexes à rendre avec la copie

Annexe 1
Exercice 2



Annexe 2
Exercice 3
Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité ou candidats de L

Valeurs de A et B obtenues à l'aide d'un tableur

K	A	B
	230	8,5
1		
2		
3	228,35	11,31
4	225,72	12,44
5	221,80	13,69
6	216,44	15,06
7	209,43	16,56
8	200,58	18,22
9	189,66	20,04
10	176,40	22,05
11	160,53	24,25
12	141,73	26,68
13	119,65	29,34
14	93,92	32,28
15	64,11	35,51
16	29,75	39,06

Annexe 2
Exercice 3
Candidats de ES ayant suivi la spécialité

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Sommaire Index

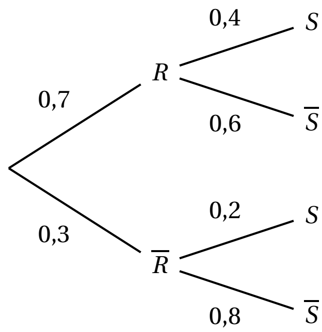
Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L – Métropole - La Réunion
21 juin 2019

Exercice 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.

1. *Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.*
   On considère l'arbre pondéré suivant :



   Affirmation 1 : La probabilité de $\overline{R}$ sachant S est 0,06.

2. Soit k un réel tel que $0 \leqslant k < 18$. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[k\,;18]$. On suppose que l'espérance de X est égale à 12.

   Affirmation 2 : La valeur de k est 9.

3. On considère l'équation suivante :

$$\ln\left(x^2\right) - \ln\left(\frac{x^5}{\mathrm{e}}\right) + \ln(2) = \ln(2x) + 5.$$

   Affirmation 3 : $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ est l'unique solution de cette équation.

4. Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle $[0\,;15]$. On suppose que sa fonction dérivée, notée f', est continue sur $[0\,;15]$. Les variations de f' sont représentées dans le tableau ci-dessous.

x	0		5		15
$f'(x)$	30	↘	-5	↗	20

   Affirmation 4 : La courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f admet une et une seule tangente parallèle à l'axe des abscisses.

   Affirmation 5 : La fonction f est convexe sur $[5\,;15]$.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité ou candidats de L

En 2018, Laurence, souhaitant se lancer dans l'agriculture biologique, a acheté une ferme de 14 hectares de pommiers. Elle estime qu'il y a 300 pommiers par hectare. Chaque année, Laurence élimine 4 % des pommiers existants et replantera 22 nouveaux pommiers par hectare.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de pommiers par hectare l'année $2018+n$. On a ainsi $u_0 = 300$.

1. **a.** Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0{,}96u_n + 22$.
   b. Estimer le nombre de pommiers par hectare, arrondi à l'unité, en 2020.
2. Laurence veut savoir à partir de quelle année la densité de pommiers dépassera 400 pommiers par hectare. Pour cela on utilise l'algorithme suivant :

```
N ← 0
U ← 300
Tant que U...
        N ← N + 1
        U ← ...
Fin Tant que
```

   a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus pour qu'il détermine le rang de l'année cherchée.
   b. Quelle est la valeur de N en sortie d'algorithme ?
3. On définit la suite (v_n) en posant $v_n = u_n - 550$ pour tout entier naturel n.
   a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n puis démonter que :
   $$u_n = 550 - 250 \times 0{,}96^n.$$
   c. Estimer le nombre de pommiers de l'exploitation de Laurence en 2025.
   d. En résolvant l'inéquation $u_n > 400$, retrouver le résultat obtenu à la question **2.b.**

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Pour se rendre à l'université, Julie peut emprunter deux itinéraires, l'un passant par les routes départementales, l'autre par une voie rapide. Elle teste les deux itinéraires.
Lorsque Julie emprunte la voie rapide un jour, la probabilité qu'elle emprunte le même itinéraire le lendemain est de 0,6.
Lorsque Julie emprunte les routes départementales un jour, la probabilité qu'elle emprunte la voie rapide le lendemain est de 0,2.
Le premier jour, Julie emprunte la voie rapide.
On note :

- D l'évènement « Julie emprunte les routes départementales » ;
- R l'évènement « Julie emprunte la voie rapide ».

1. **a.** Traduire ces informations à l'aide d'un graphe probabiliste dont les sommets seront notés D et R.
   b. Donner la matrice de transition M correspondant au graphe probabiliste. Les sommets du graphe seront rangés dans l'ordre alphabétique.
2. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, l'état probabiliste le n-ième jour est défini par la matrice $P_n = \begin{pmatrix} d_n & r_n \end{pmatrix}$ où d_n désigne la probabilité que Julie emprunte les routes départementales le n-ième jour et r_n la probabilité que Julie emprunte la voie rapide le n-ième jour.

a. Donner P_1.

b. Calculer M^2 et en déduire la probabilité que Julie emprunte les routes départementales le 3^e^ jour.

3. **a.** Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, P_{n+1} en fonction de P_n et en déduire les expressions de d_{n+1} et r_{n+1} en fonction de d_n et r_n.

b. Parmi les algorithmes suivants, lequel donne les termes d_3 et r_3 ?

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3

$D \leftarrow 0$
$R \leftarrow 1$
Pour N allant de 1 à 3
    $D \leftarrow 0{,}8D+0{,}4R$
    $R \leftarrow 0{,}2D+0{,}6R$
Fin Pour
	$D \leftarrow 0$
	$R \leftarrow 1$
	Pour N allant de 1 à 3
	    $D \leftarrow 0{,}8D+0{,}4R$
	    $R \leftarrow 1-D$
	Fin Pour
		$D \leftarrow 0$
		$R \leftarrow 1$
		Pour N allant de 2 à 3
		    $D \leftarrow 0{,}8D+0{,}4R$
		    $R \leftarrow 1-D$
		Fin Pour

4. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, $r_{n+1} = 0{,}4r_n + 0{,}2$.

5. On définit la suite (v_n) par $v_n = r_n - \dfrac{1}{3}$ pour tout entier naturel n non nul.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_1.

b. Exprimer v_n en fonction de n puis démontrer que, pour tout entier naturel n non nul :

$$v_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times 0{,}4^{n-1} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} \times 0{,}4^{n}.$$

c. Que peut-on prévoir à long terme ?

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Les résultats seront arrondis au centième.

Partie A

Les cours d'eau français sont surveillés quotidiennement afin de prévenir la population en cas de crue ou de pénurie d'eau.
Dans une station hydrométrique, on mesure le débit quotidien d'une rivière.
Ce débit en mètre cube par seconde ($m^3.s^{-1}$) peut être modélisé par une variable aléatoire D qui suit la loi normale de paramètres $\mu = 15{,}5$ et $\sigma = 6$.
On estime qu'il y a pénurie d'eau lorsque le débit de la rivière est inférieur à 8 $m^3.s^{-1}$.
On estime qu'il y a un risque de crue lorsque le débit est supérieur à 26 $m^3.s^{-1}$.
Entre ces deux débits, il n'y a pas de vigilance particulière.

1. Calculer la probabilité qu'il y ait pénurie d'eau.
2. Calculer la probabilité qu'il n'y ait pas de vigilance particulière.
3. Justifier, sans utiliser la calculatrice, que la probabilité que le débit observé soit compris entre 3,5 $m^3.s^{-1}$ et 27,5 $m^3.s^{-1}$ est d'environ 0,95.

Partie B

Deux équipes effectuent les relevés de débit du cours d'eau sur la station hydrométrique. Sébastien appartient à la première équipe.
Un quart des relevés est effectué par l'équipe de Sébastien, le reste par la seconde équipe.
On choisit 10 relevés au hasard sur l'ensemble des relevés de la station, ensemble qui est suffisamment grand pour que ce choix puisse être assimilé à 10 tirages avec remise. On s'intéresse au nombre de relevés effectués par l'équipe de Sébastien parmi ces 10 relevés.

1. Quelle loi de probabilité modélise cette situation ? Préciser les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité que 4 relevés exactement soient effectués par l'équipe de Sébastien.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 2 relevés soient effectués par l'équipe de Sébastien.

Partie C

Ces relevés sont utilisés pour tester la qualité de l'eau : « satisfaisante » ou « non satisfaisante » . On s'intéresse à la proportion de relevés de qualité « satisfaisante ». Combien, au minimum, faut-il effectuer de relevés pour obtenir un intervalle au niveau de confiance de 95 % dont l'amplitude est inférieure à 0,1 ?

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un ébéniste décide de refaire les accoudoirs d'un fauteuil (ébauche du fauteuil en **annexe 1**). On modélise l'accoudoir à l'aide de la fonction f définie sur $[0\,;60]$ par ;

$$f(x) = 70 + (14x + 42)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}.$$

La courbe représentative de f, notée $\mathscr{C}_f$ est donnée en **annexe 2**.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $[0\,;60]$. On note f' sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde.

Partie A

Dans toute cette partie, les réponses sont obtenues graphiquement à partir de la courbe représentative de f donnée en ***annexe 2****.*
On admet que le point A de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 7 est un point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$.

1. Déterminer une valeur approchée de $f(0)$ et $f(60)$.
2. Déterminer $f''(7)$.
3. On considère la surface située entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_f$, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 60$.
  a. Hachurer la surface décrite ci-dessus sur l'**annexe 2**.
  b. L'ébéniste estime l'aire de cette surface à 3 800 unités d'aire. Cette estimation est-elle correcte ?

Partie B

1. Justifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;60]$ on a :

$$f'(x) = \frac{1}{5}(-14x + 28)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}.$$

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;60]$.
  b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;60]$.
  On arrondira à l'unité près les valeurs numériques qui apparaissent dans le tableau de variations.

3. Un logiciel de calcul formel permet d'afficher les lignes suivantes :

1	Dérivée $\left(\text{Dérivée}\left(70 + (14x + 42)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}\right)\right)$
○	$\rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{1}{25}(14x + 42)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x} - \frac{28}{5}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x}}$
2	Factoriser $\left(\frac{1}{25}(14x + 42)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x} - \frac{28}{5}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x}\right)$
○	$\rightarrow \quad \boldsymbol{14\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x}.\frac{x-7}{25}}$

En utilisant les résultats ci-dessus, étudier la convexité de f.

4. Pour tout nombre réel de l'intervalle $[0~;~60]$, on pose :

$$g(x) = (14x + 42)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}$$

et

$$G(x) = (-70x - 560)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}.$$

a. Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $[0~;~60]$.

b. En déduire une primitive de f sur l'intervalle $[0~;~60]$.

c. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^{60} f(x)\,\mathrm{d}x$, puis en donner une valeur approchée à l'unité d'aire près.

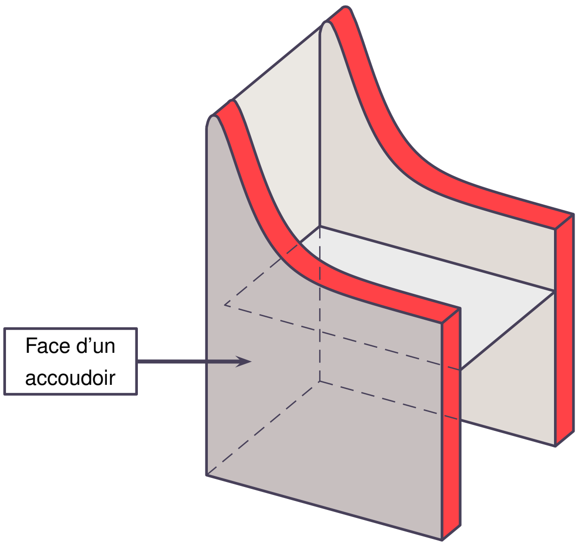
Partie C

L'ébéniste découpe 2 accoudoirs identiques sur le modèle de la surface hachurée de l'annexe 2 en choisissant comme unité le cm.
Il souhaite vernir les deux faces de chaque accoudoir (**annexe 1**) ainsi que le dossier du fauteuil dont l'aire est égale à 5 400 cm^2. Or il lui reste le quart d'un petit pot de vernis pouvant couvrir 10 m^2. Aura-t-il suffisamment de vernis ?

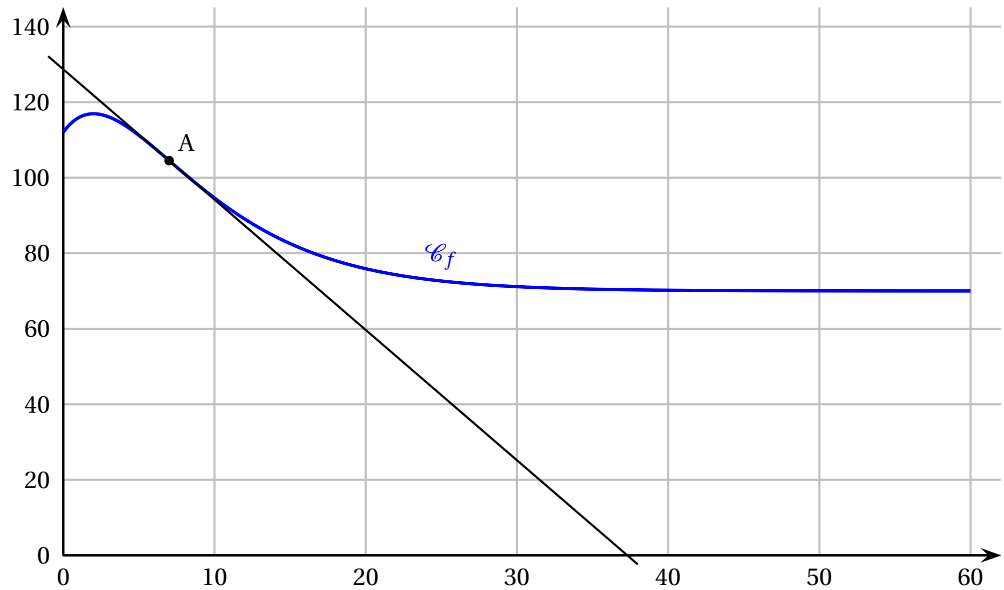
Annexes : à rendre avec la copie

Exercice 4

Annexe 1 : ébauche du fauteuil



Annexe 2



Sommaire Index

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Polynésie 21 juin 2019

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre propositions est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer la réponse choisie.

1. On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ d'expression

$$f(x) = -1{,}5x^2 + x^2\ln(x).$$

La fonction dérivée de f est donnée pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$ par :

a. $f'(x) = -x+1$ **b.** $f'(x) = 2x\ln(x) - 2x$
c. $f'(x) = -3x+2$ **d.** $f'(x) = -x\ln(x) - 0{,}5x$

2. Entre 2006 et 2018, dans un restaurant universitaire, le prix d'un repas est passé de 2 euros à 3,50 euros en augmentant chaque année de x %. Parmi ces valeurs, la valeur la plus proche de x est :

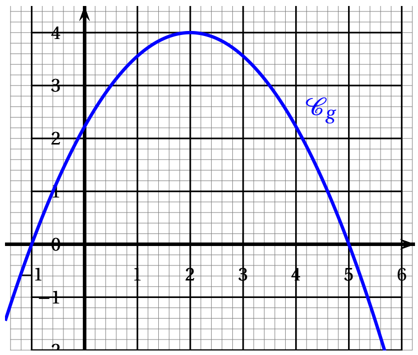
a. 6,25 **b.** 4,77 **c.** 14,58 **d.** 0,85

3. Un adolescent joue à un jeu dont les parties successives sont indépendantes.
À chaque partie, il a une chance sur 25 de sortir vainqueur.
Après 13 parties, à 10^{-3} près, la probabilité qu'il ait gagné au moins une fois est :

a. 0,588 **b.** 0,412 **c.** 0,025 **d.** 0,975

4.

On considère une fonction g définie sur $\mathbb{R}$, dont la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ est donnée ci-contre.
La fonction g admet une primitive sur $\mathbb{R}$ notée G.
La fonction G est :
a. convexe sur l'intervalle $[-1\ ;\ 5]$.
b. concave sur l'intervalle $[-1\ ;\ 5]$.
c. croissante sur l'intervalle $[2\ ;\ 5]$.
d. décroissante sur l'intervalle $[2\ ;\ 5]$



Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties sont indépendantes

Une entreprise vend des téléviseurs.
Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E et $p(E)$ sa probabilité.
Pour tout évènement F de probabilité non nulle, on note $p_F(E)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.

Partie A

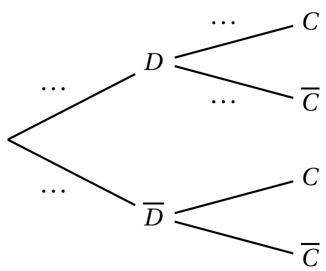
Une étude a montré que ces téléviseurs peuvent rencontrer deux types de défauts : un défaut sur la dalle, un défaut sur le condensateur.
L'étude indique que :

- 3 % des téléviseurs présentent un défaut sur la dalle et parmi ceux-ci 2 % ont aussi un défaut sur le condensateur.
- 5 % des téléviseurs ont un défaut sur le condensateur.

On choisit au hasard un téléviseur et on considère les évènements suivants :

- D :« le téléviseur a un défaut sur la dalle » ;
- C :« le téléviseur a un défaut sur le condensateur ».

1. **Les résultats seront approchés si nécessaire à 10^{-4} près**.
   a. Exprimer les trois données numériques de l'énoncé sous forme de probabilités.
   b. Recopier l'arbre ci-dessous et **compléter uniquement les pointillés** par les probabilités associées :



   c. Calculer la probabilité $p(D \cap C)$ de l'évènement $D \cap C$.
   d. Le téléviseur choisi a un défaut sur le condensateur. Quelle est alors la probabilité qu'il ait un défaut sur la dalle ?
   e. La probabilité que le téléviseur choisi ait un défaut sur le condensateur mais pas de défaut sur la dalle vaut 0,049 4. Justifier cette affirmation.
2. **Les résultats seront approchés à 10^{-2} près**.
   On note T la variable aléatoire qui, à chaque téléviseur prélevé, associe le temps exprimé en mois avant la première panne. On admet que T suit la loi normale d'espérance $\mu = 84$ et d'écart type $\sigma = 6$.
   a. Donner la probabilité qu'un téléviseur tombe en panne pour la première fois après 72 mois d'utilisation.
   b. Quelle est la probabilité que la première panne arrive entre 6 années et 8 années d'utilisation.
   c. Le téléviseur n'a pas eu de panne après 6 années d'utilisation. Quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 8 années d'utilisation ?

Partie B

Afin de satisfaire davantage de clients, l'entreprise décide d'apporter des améliorations à son service d'assistance. Après quelques mois de mise en place du nouveau service, elle affirme que 90 % des clients sont maintenant satisfaits. Un service de contrôle indépendant veut vérifier cette affirmation. Pour cela il interroge au hasard 300 clients. Parmi eux, 265 affirment être satisfaits.
Les résultats de cette étude remettent-ils en cause l'affirmation de l'entreprise ?
Justifier la réponse.

Exercice 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Sur un site de vente en ligne, Antoine a commandé une machine à café à capsules.

1. Chaque capsule achetée à l'unité coûte 0,60 €. Une offre permet d'acquérir 150 capsules au prix de 60 €.

De quel pourcentage de réduction bénéficie-t-on grâce à l'offre par rapport à un achat à l'unité ?

2. Au 1er janvier 2017, on comptait 60 000 utilisateurs de cette machine à café.

On estime que chaque mois, 10 % des propriétaires cessent de l'utiliser mais on compte 24 000 nouveaux utilisateurs.

a. Expliquer pourquoi le nombre d'utilisateurs de cette machine à café n mois après le 1er janvier 2017, peut être modélisé par la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 60000 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 0{,}9u_n + 24000.$$

b. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 240000$.

Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

3. a. n étant un entier naturel, exprimer v_n en fonction de n.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 240000 - 180000 \times 0{,}9^n$.

4. Au bout de combien de mois le nombre d'utilisateurs de cette machine à café dépassera-t-il pour la première fois 230 000 ?

5. L'entreprise qui fabrique cette machine à café prétend qu'elle touchera un certain mois plus de 250 000 utilisateurs. Que penser de cette affirmation ?

Exercice 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Deux grossistes A et B se partagent la clientèle d'un liquide industriel.
On suppose que le nombre total de clients reste fixe d'une année sur l'autre.
En 2017, 45 % des clients se fournissaient chez le grossiste A et 55 % chez le grossiste B.
D'une année sur l'autre, 6 % des clients du grossiste A deviennent clients du grossiste B tandis que le grossiste B conserve 86 % de ses clients.
Chaque année, on choisit au hasard un client ayant acheté le liquide.
Pour tout entier naturel n on note :

- a_n la probabilité qu'il soit client du grossiste A en $(2017 + n)$,
- b_n la probabilité qu'il soit client du grossiste B en $(2017 + n)$.

Pour tout entier naturel n, on note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne représentant l'état probabiliste de l'année $(2017 + n)$. On rappelle que $a_n + b_n = 1$.
On a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 0{,}45 & 0{,}55 \end{pmatrix}$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste dans lequel les sommets A et B correspondent aux noms des grossistes.

2. a. Donner la matrice de transition T associée à ce graphe (les sommets seront rangés par ordre alphabétique).

b. Quelle sera, exprimée en pourcentage, la répartition prévisible des ventes entre ces deux grossistes en 2020 ? Justifier la réponse. On arrondira les résultats à 0,1 % près.

3. On admet que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}8a_n + 0{,}14$.

a. On pose pour tout naturel n : $u_n = a_n - 0{,}7$.

Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $a_n = -0,25 \times 0,8^n + 0,7$.

c. Quelle part du marché, exprimée en pourcentage, le grossiste A peut-il espérer à long terme ? Justifier la réponse.

d. À partir de quelle année le grossiste A détiendra t-il plus de 65 % du marché ?

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Une entreprise produit chaque année entre 100 et 900 pneus pour tracteurs.
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,9]$ par

$$f(x) = 0,5x^2 - 7x + 14 + 6\ln(x).$$

On admet que la fonction f modélise le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu, exprimé en centaines d'euros, pour x centaines de pneus produits.

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,9]$ et on note f' sa fonction dérivée.
Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,9]$ on a : $f'(x) = \dfrac{x^2 - 7x + 6}{x}$.

2. **a.** Justifier les variations suivantes de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,9]$:

x	1		6		9
Variations de f		↘		↗	

b. Justifier que, sur l'intervalle $[1\,;\,9]$, l'équation $f(x) = 5$ admet une unique solution α.

c. Donner un encadrement au centième près de α.

d. On considère l'algorithme ci-dessous :

$X \leftarrow 1$
$Y \leftarrow 7,5$
Tant que $Y > 5$
$\quad X \leftarrow X + 0,01$
$\quad Y \leftarrow 0,5X^2 - 7X + 14 + 6 * \ln(X)$
Fin Tantque

À la fin de l'exécution de l'algorithme, quelle valeur numérique contient la variable X ?

3. Pour quelle quantité de pneus, le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu est-il minimal ? À combien s'élève-t-il ?

Partie B

Cette même entreprise envisage la fabrication de semoirs (gros matériel agricole). On admet que la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,100]$ par

$$g(x) = 2x - 1 + \mathrm{e}^{0,05x}$$

modélise le coût de fabrication, exprimé en centaines d'euros, de x semoirs.

1. Donner une primitive G de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;\,100]$.

2. Calculer la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;\,100]$.

3. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Sommaire Index

,

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Antilles-Guyane 10 septembre 2019

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. L'équation $\ln 5 + \ln(x+1) = 1$ a pour solution :
   a. $x = \text{e} - 6$
   b. $x = -1$
   c. $x = \dfrac{1}{5}\text{e} - 1$
   d. $x = -0,5$
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = 2\ln(x) - x$. Le nombre $f'(2)$ est égal à :
   a. -1
   b. 0
   c. $2\ln 2 - 2$
   d. $2\ln 2 - 1$
3. Le plus petit entier naturel n solution de l'inéquation $2^n > 175$ est :
   a. $n = \ln\left(\dfrac{175}{2}\right)$
   b. $n = 7$
   c. $n = 8$
   d. $n = \ln 175 - \ln 2$
4. Soit une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3~;~-1]$. On note f' sa dérivée et F une de ses primitives.
   On sait que pour tout x de l'intervalle $[-3~;~-1]$, $f'(x) > 0$.
   On peut affirmer que, sur l'intervalle $[-3~;~-1]$, la fonction F est :
   a. décroissante ;
   b. strictement croissante ;
   c. convexe ;
   d. négative.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Un grossiste en flacons de parfum souhaite étudier la qualité des flacons qu'il reçoit.
Il a reçu 1 500 flacons d'un certain modèle provenant de deux sites de production différents, le site A et le site B. Sur les 1 500 flacons de ce modèle reçus, 900 proviennent du site A, les autres du site B.
Les trois parties A, B *et* C *sont indépendantes.*
Si nécessaire, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

Le grossiste s'intéresse à l'aspect du flacon.
Parmi les flacons provenant du site A, 95 % ont un aspect conforme au cahier des charges tandis que 92 % des flacons provenant du site B ont un aspect conforme.
Il prélève au hasard un des flacons qu'il a reçus lors de la dernière livraison.
On note :

A l'évènement « Le flacon provient du site A » ;

B l'évènement « Le flacon provient du site B » ;

C l'évènement « Le flacon a un aspect conforme au cahier des charges ».

1. Déterminer la probabilité que le flacon provienne du site A et ait un aspect conforme au cahier des charges.
2. Montrer que la probabilité que le flacon ait un aspect conforme au cahier des charges est 0,938.
3. Le flacon prélevé se trouve avoir un aspect non conforme. Déterminer la probabilité qu'il provienne du site B.

Partie B

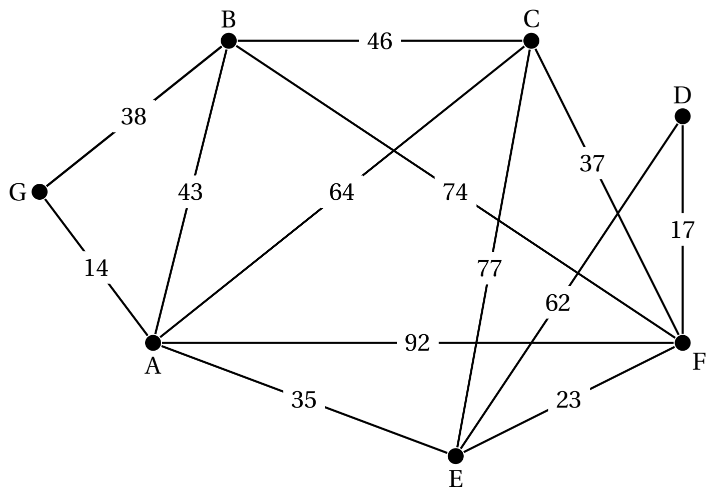
Le grossiste souhaite également étudier le volume de parfum contenu dans les flacons qu'il a reçus lors de la dernière livraison.
On considère qu'un flacon est correctement rempli s'il contient plus de 98 ml de parfum.
On admet que le volume de parfum, exprimé en millilitre, contenu dans un flacon prélevé au hasard peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 100$ et d'écart type $\sigma = 1$.
Déterminer la probabilité qu'un flacon prélevé au hasard soit correctement rempli.

Partie C

Le producteur du site A indique que le pourcentage de flacons « correctement remplis » est de 96 %.
Le grossiste contrôle un échantillon de 120 flacons prélevés au hasard dans la livraison du producteur du site A et compte 18 flacons qui ne sont pas correctement remplis. Le grossiste met alors en doute l'affirmation du producteur. Comment peut-il justifier sa contestation ?

Exercice 2 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Suite à des intempéries, un chasse-neige doit déblayer toutes les routes reliant les stations de son secteur. On modélise ce secteur par le graphe ci-dessous dont les sommets représentent les différentes stations désignées par des lettres. Les poids des arêtes sont les durées moyennes de parcours, en minute, du chasse-neige entre deux stations.



1. Le chasse-neige part de la station G. Peut-il partir de cette station et y revenir en parcourant une et une seule fois chacune des routes, matérialisées par les arêtes de ce graphe ?

2. Une saleuse doit de même parcourir l'ensemble des routes du secteur après déblaiement de la neige. Elle est garée à la station A et, après son travail, peut se garer dans n'importe quelle station.

Peut-elle parcourir une et une seule fois chacune des routes pour traiter l'ensemble du secteur ?

3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe, les sommets étant rangés dans l'ordre alphabétique et on donne : $M^4 = \begin{pmatrix} 61 & 48 & 52 & 28 & 45 & 55 & 24 \\ 48 & 44 & 41 & 21 & 42 & 45 & 20 \\ 52 & 41 & 50 & 25 & 41 & 52 & 25 \\ 28 & 21 & 25 & 15 & 20 & 24 & 10 \\ 45 & 42 & 41 & 20 & 44 & 48 & 21 \\ 55 & 45 & 52 & 24 & 48 & 61 & 28 \\ 24 & 20 & 25 & 10 & 21 & 28 & 15 \end{pmatrix}$.

Interpréter dans le contexte de l'exercice le nombre 10 figurant en caractère gras dans la matrice.

4. Déterminer, pour le chasse-neige, le chemin le plus rapide pour aller de la station G à la station D. On donnera le parcours trouvé ainsi que sa durée totale.

5. Le conducteur du chasse-neige part de la station G et va directement à la station A.

Il apprend alors que la route allant de la station E à la station F est barrée.

Comment peut-il terminer son parcours au plus vite jusqu'à la station D ? Préciser le temps qu'il mettrait alors pour finir son parcours.

Aucune justification n'est attendue ici.

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un particulier souhaite réaménager l'espace paysager de sa parcelle boisée comptant 10 000 arbres en 2018. Pour cela, il se fixe un plan progressif qui consiste à couper chaque année 20 % des arbres et à planter 600 nouveaux pieds d'arbre.

On modélise l'évolution du nombre d'arbres de cette parcelle par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n, u_n est le nombre d'arbres de la parcelle en $2018 + n$, ainsi $u_0 = 10\,000$.

Partie A

1. **a.** Calculer u_1 et u_2.
   b. Justifier, pour tout entier naturel n, l'égalité $u_{n+1} = 0{,}8 \times u_n + 600$.
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 3000$ pour tout entier naturel n.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 7000 \times 0{,}8^n + 3000$.
   d. Si le réaménagement de cette parcelle se poursuit selon ce même modèle, que peut-on conjecturer à long terme concernant le nombre d'arbres de celle-ci ?

Partie B

Le propriétaire de la parcelle souhaite conserver au moins 4 000 arbres sur sa parcelle. Il cherche à déterminer l'année où il devra cesser son plan de réaménagement progressif.

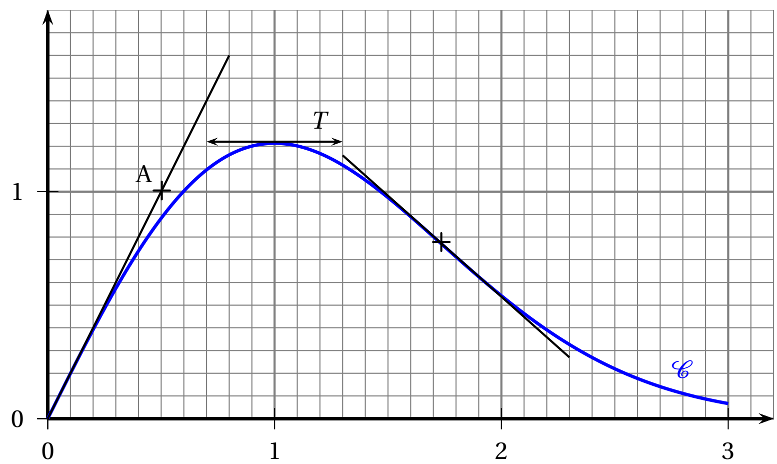
1. On admet que la suite (u_n) est décroissante. Dans les algorithmes ci-dessous, U est un nombre réel et N est un nombre entier.
   Parmi ces algorithmes ci-dessous, un seul donne le nombre d'années nécessaires pour que le nombre d'arbres devienne inférieur ou égal à 4 000.

algorithme 1	algorithme 2	algorithme 3
$U \leftarrow 10000$	$U \leftarrow 10000$	$U \leftarrow 10000$
$N \leftarrow 0$	$N \leftarrow 0$	$N \leftarrow 0$
Tant que $U \leqslant 4000$	Tant que $U > 4000$	Tant que $U > 4000$
$\quad N \leftarrow N+1$	$\quad N \leftarrow N+1$	$\quad N \leftarrow N+1$
$\quad U \leftarrow 0{,}8 \times U + 600$	$\quad U \leftarrow 0{,}8^N \times U + 600$	$\quad U \leftarrow 0{,}8 \times U + 600$
Fin Tant Que	Fin Tant Que	Fin Tant Que

   Indiquer pourquoi les algorithmes 1 et 2 ne conviennent pas.
2. Déterminer l'année au cours de laquelle le propriétaire devra cesser son plan de réaménagement.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats
Cet exercice comporte trois parties.

On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,3]$. On note f' la fonction dérivée de f.
La droite $\mathscr{D}$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 ; elle passe par le point A de coordonnées $(0{,}5\,;\,1)$.
La tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



Partie A

Dans cette partie les réponses seront obtenues par lecture graphique.

1. Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$.
2. Donner la valeur de $f'(1)$.
3. Proposer un intervalle sur lequel la fonction semble concave.

Partie B

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ par

$$f(x) = 2x\mathrm{e}^{-0,5x^2}.$$

1. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$.
   a. Montrer que $f'(x) = \left(2-2x^2\right)\mathrm{e}^{-0,5x^2}$.
   b. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ et dresser son tableau de variation.
2. On admet que la fonction F, définie par $F(x) = -2\mathrm{e}^{-0,5x^2}$, est une primitive de f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$. En déduire la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ et en donner une valeur approchée au millième.

Partie C

En Europe, les observateurs d'une maladie nécessitant une hospitalisation considèrent qu'ils peuvent modéliser par cette fonction f l'évolution du nombre de lits occupés par des malades pendant les trois mois d'hiver.
Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,3]$, $f(x)$ représente le nombre de lits occupés, exprimé en million, à l'instant x, exprimé en mois.
Un journal affirme que cet hiver :

— le nombre de lits occupés lors du pic de la maladie a dépassé le million ;

— le nombre moyen de lits occupés sur les trois mois a été d'environ 400 000.

Que dire de ces deux affirmations ?

Sommaire Index

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L – Métropole - La Réunion
13 septembre 2019

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

En 2018, la France comptait environ 225 000 médecins actifs. On prévoit que chaque année, 4 % des médecins cessent leur activité tandis que 8 000 nouveaux médecins s'installent.
Pour étudier l'évolution du nombre de médecins en activité dans les années à venir, on modélise la situation par une suite (u_n). Pour tout entier naturel n, le terme u_n représente le nombre de médecins en $2018+n$, exprimé en millier.

1. Donner u_0 et calculer u_1.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0{,}96u_n + 8$.
3. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il calcule, selon cette modélisation, le nombre de médecins que compterait la France en 2031.

```
U ← 225
Pour N allant de... à ...
        U ← ......
Fin Pour
```

4. On considère la suite (v_n) définie par, pour tout entier naturel n :

$$v_n = u_n - 200.$$

   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,96. Préciser son terme initial.
   b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 25 \times 0{,}96^n + 200$.

5. On admet que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} - u_n = -0{,}96^n$.
   a. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
   b. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
6. a. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation

$$25 \times 0{,}96^n + 200 < 210.$$

   b. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. Un laboratoire reçoit un lot de prélèvements sanguins et réalise des analyses sur ce lot. On choisit un prélèvement au hasard et on note X la variable aléatoire égale au taux d'hémoglobine dans ce prélèvement. On admet que X suit une loi normale d'espérance $\mu = 12$.
   Pour tout évènement A, on note $P(A)$ sa probabilité.

   Affirmation A : $P(X > 14) = P(X < 11)$.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5\mathrm{e}^{-0,3x} + 1$.

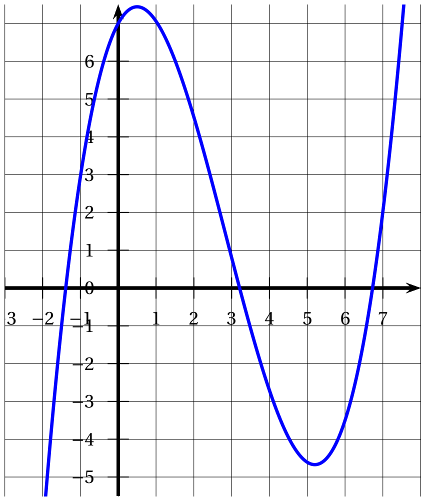
   Affirmation B : La valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0 ; 5]$ est égale à 3,6, arrondie au dixième.

3. Un comité d'entreprise souhaite mettre à disposition des salariés une salle de sport. Son directeur affirme qu'un tiers des employés serait intéressé par une telle salle. On réalise un sondage dans lequel on interroge 180 employés au hasard, parmi lesquels 72 se déclarent intéressés.

   Affirmation C : Ce sondage remet en question l'affirmation du directeur.

4. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, dont la courbe représentative est donnée ci-contre.
   Soit F une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

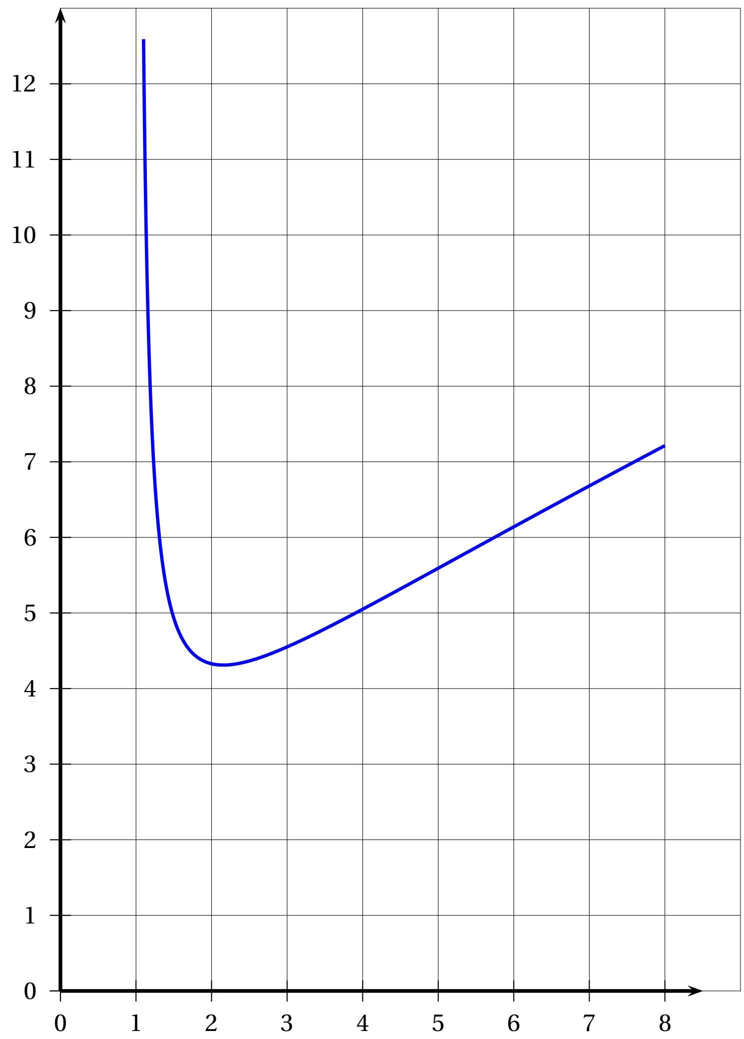
   Affirmation D : La fonction F est convexe sur $[1 ; 3]$.



5. Soit f la fonction définie sur $[0 ; 1]$ par $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$.
   Affirmation E : f est une fonction de densité sur $[0 ; 1]$.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[1,1 ; 8]$.



Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A : étude graphique

1. Donner une valeur approchée du minimum de la fonction f sur l'intervalle $[1,1\,;\,8]$
2. Quel est le signe de $f'(5)$? Justifier.
3. Encadrer l'intégrale $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ par deux entiers consécutifs.
4. La fonction f est-elle convexe sur $[1,1\,;\,3]$? Justifier.

Partie B : étude analytique

On admet que f est la fonction définie sur l'intervalle $[1,1\,;\,8]$ par

$$f(x) = \frac{2x-1}{\ln(x)}.$$

1. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[1,1\,;\,8]$, on a :

$$f'(x) = \frac{2\ln(x) - 2 + \frac{1}{x}}{(\ln(x))^2}$$

2. Soit h la fonction définie sur $[1,1\,;\,8]$ par : $h(x) = 2\ln(x) - 2 + \frac{1}{x}$.

a. Soit h' la fonction dérivée de h sur l'intervalle $[1,1 ; 8]$.
Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[1,1 ; 8]$,

$$h'(x) = \frac{2x-1}{x^2}.$$

b. En déduire les variations de la fonction h sur l'intervalle $[1,1 ; 8]$.

c. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1,1 ; 8]$.
Donner un encadrement de α par deux entiers consécutifs.

3. Déduire des résultats précédents le signe de $h(x)$ sur l'intervalle $[1,1 ; 8]$.

4. À l'aide des questions précédentes, donner les variations de f sur $[1,1 ; 8]$.

Exercice 4 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité ou candidats de L

Pour tous évènements E et F, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E, $p(E)$ la probabilité de E et, si F est de probabilité non nulle, $P_F(E)$ la probabilité de E sachant F.
On arrondira les résultats au millième si besoin.

Partie A

Pour mieux cerner le profil de ses clients, une banque réalise un sondage qui permet d'établir que :

— 53 % de ses clients ont plus de 50 ans ;

— 32 % de ses clients sont intéressés par des placements dits *risqués* ;

— 25 % de ses clients de plus de 50 ans sont intéressés par des placements dits *risqués*.

On choisit au hasard un client de cette banque et on considère les évènements suivants :

— A : « Le client a plus de 50 ans » ;

— R : « Le client est intéressé par des placements dits *risqués* ».

1. Donner $P(R)$ et $P_A(R)$.

2. Représenter la situation par un arbre pondéré. Cet arbre pourra être complété par la suite.

3. Montrer que la probabilité que le client ait plus de 50 ans et soit intéressé par des placements dits *risqués* est 0,132 5.

4. Sachant que le client est intéressé par des placements dits *risqués*, quelle est la probabilité qu'il ait plus de 50 ans ?

5. Calculer $P\left(\overline{A} \cap R\right)$ puis en déduire $P_{\overline{A}}(R)$.
Interpréter les deux résultats obtenus.

Partie B

L'une des agences de cette banque charge ses conseillers de proposer un placement dit *risqué*, R_1 à tous ses clients.
Elle promet à ses conseillers une prime de 150 € s'ils convainquent au moins 10 clients d'effectuer ce placement en un mois et une prime supplémentaire de 150 € s'ils convainquent au moins 15 clients d'effectuer ce placement en un mois.
L'une des conseillères de cette banque, Camille, reçoit 45 clients ce mois-ci.

1. On admet que la probabilité que Camille réussisse à placer ce produit auprès de l'un de ses clients est de 0,23 et que la décision d'un client est indépendante de celles des autres clients.

a. Déterminer la probabilité que Camille place le produit R_1 auprès de 10 clients exactement ce mois-ci.

b. Calculer la probabilité que Camille ait 300€ de prime.

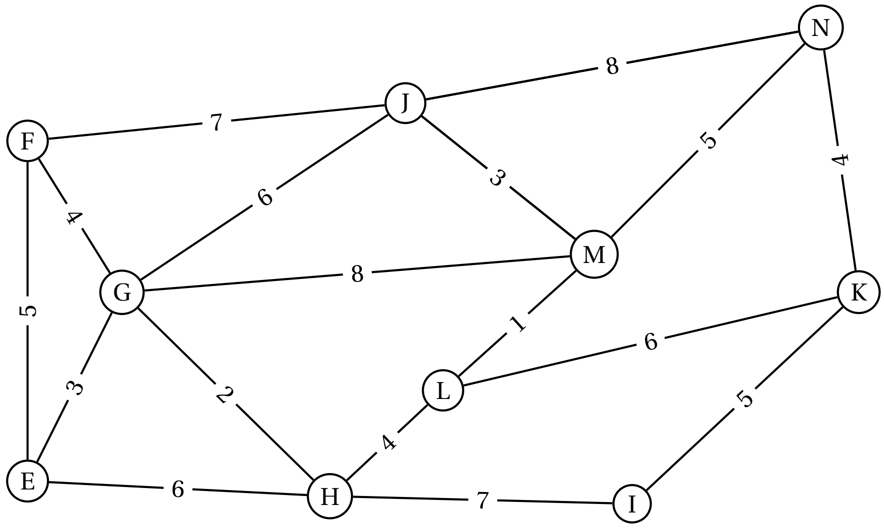
c. Montrer que la probabilité que Camille ait 150€ exactement de prime est environ de 0,532.

2. Le placement R_1 a rapporté 30 % d'intérêt sur les 5 dernières années.
Calculer le taux d'intérêt annuel moyen du placement R_1 sur ces 5 dernières années.

Exercice 4 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Deux amis, Louisa et Antoine, passent la journée dans un parc d'attraction.

Le plan du parc est donné par le graphe Γ ci-dessous. Les arêtes de ce graphe représentent les allées du parc et les sommets correspondent aux intersections de ces allées. On a pondéré les arêtes de ce graphe par les temps de parcours en minutes.



1. Le graphe est-il connexe ? Justifier.

2. Antoine prétend avoir trouvé un itinéraire permettant d'emprunter chaque allée une et une seule fois mais Louisa lui répond que c'est impossible.
Lequel des deux a raison ? Justifier la réponse.

3. On considère la matrice M ci-dessous (a, b et c sont des entiers).

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a. Déterminer les entiers a, b et c pour que la matrice M représente la matrice d'adjacence associée au graphe Γ, les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique.
Soit S la matrice définie par : $S = M + M^2 + M3$.
On admet que :

$$M^3 = \begin{pmatrix}4&7&8&7&1&4&2&2&5&3\\7&4&9&3&2&8&1&4&4&3\\8&9&8&10&1&10&5&2&11&3\\7&3&10&2&6&5&0&8&2&5\\1&2&1&6&0&2&5&0&4&0\\4&8&10&5&2&6&2&4&8&7\\2&1&5&0&5&2&0&7&1&6\\2&4&2&8&0&4&7&0&8&1\\5&4&11&2&4&8&1&8&4&8\\3&3&3&5&0&7&6&1&8&2\end{pmatrix}$$

$$\text{et } S = \begin{pmatrix}7&9&11&9&2&6&2&3&6&3\\9&7&12&5&2&10&1&4&6&4\\11&12&13&12&2&13&5&4&13&5\\9&5&12&6&7&6&2&9&4&5\\2&2&2&7&2&2&6&2&4&1\\6&10&13&6&2&10&3&5&11&9\\2&1&5&2&6&3&3&8&3&7\\3&4&4&9&2&5&8&3&9&3\\6&6&13&4&4&11&3&9&8&10\\3&4&5&5&1&9&7&3&10&5\end{pmatrix}$$

b. Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant F à L.
Préciser ces chemins.

c. Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 partant de E.

d. Que signifie le coefficient à l'intersection de la première ligne et de la troisième colonne de S ?

4. Un défilé part tous les jours à 14 h du sommet N. Louisa et Antoine choisissent de déjeuner dans un restaurant situé au sommet E avant d'aller admirer le défilé.

a. À l'aide d'un algorithme, déterminer le chemin que doivent emprunter Louisa et Antoine pour se rendre du restaurant au départ du défilé le plus rapidement.

b. À quelle heure au plus tard doivent-ils quitter le restaurant pour assister au début du défilé ?

Sommaire Index

∽ Baccalauréat ES/L Amérique du Sud 13 novembre 2019 ∾

Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une bonne réponse rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Pour les questions 1 et 2, on considère une entreprise qui produit des plaquettes de beurre de 250 grammes.

1. La masse des plaquettes est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart type $\sigma = 1$.
Alors, à 10^{-3} près, on a :

A. $P(X < 250) \approx 0,459$	B. $P(X > 249) \approx 0,659$
C. $P(X < 249) \approx 0,159$	D. $P(X < 252) \approx 0,997$

2. Pour être conformes, ces plaquettes de beurre doivent avoir une masse nette comprise entre 248 et 252 grammes.
Un contrôleur prélève au hasard un échantillon de 900 plaquettes et constate que 864 sont conformes.
L'intervalle de confiance, au seuil de confiance de 95 %, de la proportion de plaquettes de beurre conformes est, avec les bornes données à 10^{-3} près :

A. $[0,91 ; 1,01]$	B. $[0,926 ; 0,994]$
C. $[0,245 ; 0,255]$	D. $[0,958 ; 0,962]$

3. Lors d'une tombola, les organisateurs affirment que 20 % des tickets sont gagnants. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée des tickets gagnants pour un échantillon de 200 tickets tirés au hasard est, avec des valeurs approchées des bornes données à 10^{-3} près :

A. $[0,150 ; 0,250]$	B. $[0,195 ; 0,205]$
C. $[0,182 ; 0,218]$	D. $[0,144 ; 0,256]$

4. Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 30]$ par :

$$f(x) = x^3 - 39x^2 + 315x + 45.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative. On a alors :

A. f est convexe sur l'intervalle $[0 ; 30]$
B. f est concave sur l'intervalle $[5 ; 21]$
C. $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse 13
D. Si f' désigne la fonction dérivée de f, alors f' est croissante sur l'intervalle $[0 ; 5]$ et sur l'intervalle $[21 ; 30]$

Exercice 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

Au 1er janvier 2018, un arboriculteur possède 5 000 pommiers. Chaque année :

- il arrache 4 % des pommiers car ils sont endommagés ;
- il replante 300 nouveaux pommiers.

On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de pommiers possédés par l'arboriculteur au 1er janvier de l'année $(2018+n)$.

On obtient ainsi une suite (u_n) telle que : $u_0 = 5000$ et $u_{n+1} = 0{,}96u_n + 300$, pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1 et u_2.
Combien de pommiers possèdera l'arboriculteur au 1er janvier 2020 ?

2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 7500$, pour tout entier naturel n.

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.

b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n : $u_n = 7500 - 2500 \times 0{,}96^n$.

3. La superficie des terrains de l'arboriculteur lui permet d'avoir au maximum 6 000 pommiers. L'arboriculteur voudrait savoir en quelle année il devra acquérir un autre terrain pour pouvoir planter de nouveaux pommiers.
On considère l'algorithme ci-dessous

Ligne 1	$n \leftarrow 0$
Ligne 2	$u \leftarrow 5000$
Ligne 3	Tant que ……
Ligne 4	$n \leftarrow n+1$
Ligne 5	$u \leftarrow$ ……
Ligne 6	Fin tant que

a. Recopier et compléter les lignes 3 et 5 de cet algorithme afin qu'il réponde à la problématique énoncée ci-dessus.

b. Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Si l'évolution se poursuit toujours selon ce modèle, vers quelle valeur va tendre à terme le nombre de pommiers de cet arboriculteur ? Justifier la réponse.

Exercice 3 — 5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Lors d'une course cyclosportive, 70 % des participants sont licenciés dans un club, les autres ne sont pas licenciés.
Aucun participant n'abandonne la course.

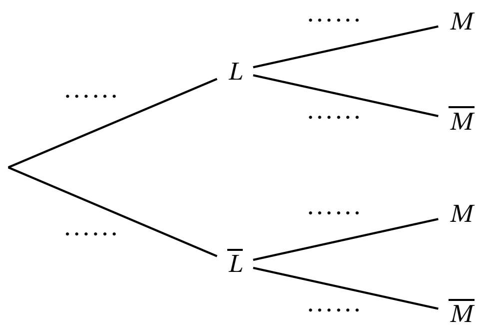
- Parmi les licenciés, 66 % font le parcours en moins de 5 heures ; les autres en plus de 5 heures.
- Parmi les non licenciés, 83 % font le parcours en plus de 5 heures ; les autres en moins de 5 heures.

On interroge au hasard un cycliste ayant participé à cette course et on note :

- L l'évènement « le cycliste est licencié dans un club » et $\overline{L}$ son évènement contraire,
- M l'évènement « le cycliste fait le parcours en moins de 5 heures » et $\overline{M}$ son évènement contraire.

1. À l'aide des données de l'énoncé préciser les valeurs de $P(L)$, $P_L(M)$ et $P_{\overline{L}}\left(\overline{M}\right)$.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant représentant la situation.



3. Calculer la probabilité que le cycliste interrogé soit licencié dans un club et ait réalisé le parcours en moins de 5 heures.

4. Justifier que $P(M) = 0{,}513$.

5. Un organisateur affirme qu'au moins 90 % des cyclistes ayant fait le parcours en moins de 5 heures sont licenciés dans un club. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

6. Un journaliste interroge indépendamment dix cyclistes au hasard. On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les dix cyclistes interrogés, le nombre de cyclistes ayant fait le parcours en moins de cinq heures. On suppose le nombre de cyclistes suffisamment important pour assimiler le choix de dix cyclistes à un tirage aléatoire avec remise.

   a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

   b. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'exactement quatre des dix cyclistes aient réalisé le parcours en moins de cinq heures.

   c. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'au plus trois des dix cyclistes aient réalisé le parcours en moins de cinq heures ?

Exercice 3 — 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

Une course cyclosportive propose deux parcours : un grand de 130 kilomètres et un petit de 70 kilomètres.

L'étude ci-après porte sur les cyclistes fidèles qui participent tous les ans à cette épreuve.

En 2018, 42 % des cyclistes ont fait le grand parcours, les autres le petit.

Ces dernières années, les organisateurs ont constaté que :

- 90 % des cyclistes ayant fait le grand parcours une année se réinscrivent pour ce même parcours l'année suivante ; les autres s'inscrivent pour faire le petit parcours.
- 15 % des cyclistes ayant fait le petit parcours une année s'inscrivent sur le grand parcours l'année suivante ; les autres restent fidèles au petit parcours.

On note G l'état : « le cycliste fait le grand parcours », S l'état : « le cycliste fait le petit parcours » et $P_n = \begin{pmatrix} g_n & s_n \end{pmatrix}$ désigne la matrice ligne donnant la probabilité, pour un cycliste, de participer respectivement au grand et au petit parcours lors de la course de l'année $(2018 + n)$.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets G et S.

2. Recopier et compléter la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre des sommets G puis S :

$$M = \begin{pmatrix} 0{,}9 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

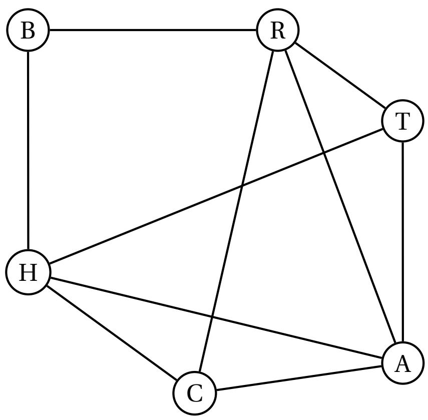
3. Déterminer l'état initial P_0 et l'état P_1.
   En déduire le pourcentage de cyclistes qui, selon ce modèle, participeront au grand parcours en 2019.
4. On note $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ la matrice associée à l'état stable de ce graphe.
   a. Calculer x et y en résolvant un système.
   b. Selon ce modèle, peut-on dire qu'à long terme le grand parcours aura plus de succès que le petit ?

Partie B

Au village départ de cette course cyclosportive, les différents stands présents sont :

- le stand des vélos de routes (R),
- le stand des VTT (T),
- le stand des BMX (B),
- le stand de l'habillement (H),
- le stand des compteurs et GPS (C),
- le stand des accessoires et pièces détachées (A).

Le graphe ci-dessous représente le plan du village départ : les sommets correspondent aux stands et les arêtes aux allées qui les relient.



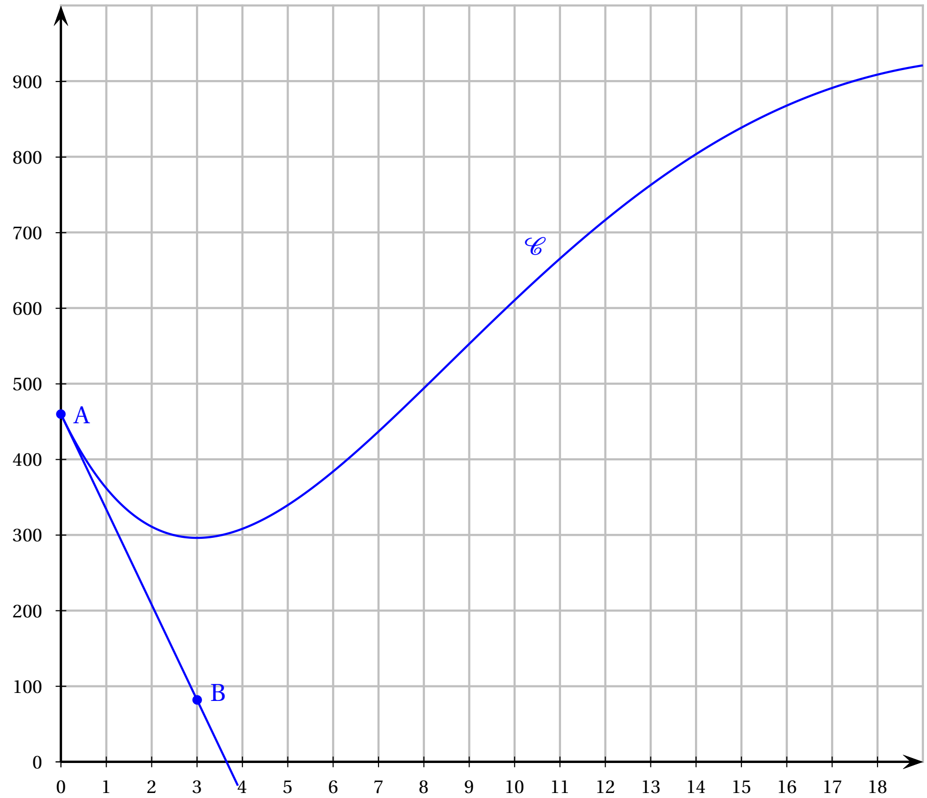
1. Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier les réponses.
2. Un cycliste peut-il visiter tous les stands en empruntant une et une seule fois chacune des allées ? Justifier la réponse. Si oui, donner un trajet possible en précisant le stand de départ et celui d'arrivée.

Exercice 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous, associée à une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,19]$, représente l'audience journalière d'une chaîne de télévision entre le 1er janvier 2000 (année numéro 0) et le 1er janvier 2019 (année numéro 19), c'est-à-dire le nombre quotidien de téléspectateurs, en milliers.



Ainsi, le 1er janvier 2000 la chaîne a été regardée par environ 460 000 téléspectateurs.

1. Décrire l'évolution de l'audience journalière de cette chaîne de télévision entre le 1er janvier 2000 et le 1er janvier 2019.
2. Donner une valeur approchée du nombre de téléspectateurs le 1er janvier 2014.
3. La droite (AB), où les points A et B ont pour coordonnées A (0 ; 460) et B (3 ; 82), est la tangente à la courbe ($\mathscr{C}$) au point A.
   Déterminer la valeur de $f'(0)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f représentée par ($\mathscr{C}$) ?

Partie B

On cherche maintenant à prévoir l'évolution de l'audience de cette chaîne de télévision lors des dix prochaines années.
On considère que le nombre journalier (exprimé en milliers) de téléspectateurs de la chaîne est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;29]$ par :

$$f(x) = \left(20x^2 - 80x + 460\right)\text{e}^{-0,1x}$$

où x représente le nombre d'années depuis 2000 (par exemple $x = 19$ pour l'année 2019).

1. Donner une valeur approchée au millier du nombre de téléspectateurs de la chaîne le 1er janvier 2014.
2. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;29]$.
   a. Démontrer que f' est définie par :
   $$f'(x) = \left(-2x^2 + 48x - 126\right)\text{e}^{-0,1x}.$$
   b. On considère l'équation : $-2x^2 + 48x - 126 = 0$.
   Un logiciel de calcul formel donne :

Instruction :	**Résultat :**
Solve$(-2x^2+48x-126=0)$	3 et 21

Retrouver ce résultat par le calcul.

c. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,29]$ et construire le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,29]$. Arrondir les éléments du tableau à l'unité.

d. Le nombre journalier de téléspectateurs de cette chaîne de télévision dépassera-t-il la barre du million avant l'année 2029 ? Justifier.

3. Montrer que l'équation $f(x)=800$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[3\,;\,21]$. Déterminer un encadrement d'amplitude 1 de α.

Au cours de quelle année le nombre journalier de téléspectateurs de la chaîne de télévision dépassera-t-il 800 000 ?

4. On admet que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,29]$ par :

$$F(x)=\left(-200x^2-3\,200x-36\,600\right)\mathrm{e}^{-0,1x}$$

est une primitive de la fonction f.

Déterminer à mille près l'audience journalière moyenne de téléspectateurs de la chaîne de télévision entre le 1er janvier 2018 et le 1er janvier 2019.

Sommaire Index

Baccalauréat ES/L – Nouvelle Calédonie
26 novembre 2019

Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier pour chaque question son numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse exacte rapporte 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0{,}9x^3 + 1{,}5x^2 + 1{,}5$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère. Le nombre de points d'intersection entre la courbe $\mathscr{C}$ et la droite d'équation $y = 2$ est :

   a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3

2. Une des solutions de l'inéquation $1 - 0{,}85^n > 0{,}99$ d'inconnue n entier naturel est :

   a. 28 **b.** 29 **c.** $\dfrac{\ln 0{,}85}{\ln 0{,}01}$ **d.** 28,336

3. Esteban va à l'école chaque matin avec une trousse. À la fin de la journée, il oublie sa trousse avec une probabilité de 0,2. Dans l'année le nombre de jours d'école est de 162.
   On considère que les oublis journaliers sont indépendants les uns des autres.
   La probabilité qu'il oublie sa trousse 30 fois exactement dans l'année est environ :

   a. 0,19 **b.** 0,07 **c.** 0,60 **d.** 0,36

4. Une enquête a pour objectif d'estimer la proportion de personnes partant en vacances à l'étranger durant la semaine de Noël. Pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude 0,001 au niveau de confiance 0,95 de cette proportion, la taille de l'échantillon doit être égale à :

   a. 4 000 000 **b.** 1 000 **c.** 2 000 **d.** 1 000 000

Exercice 2 — 5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Les parties* A *et* B *peuvent être traitées de manière indépendante.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

Partie A

La responsable d'un aquarium public constate qu'en l'absence d'action particulière la population d'une espèce de poisson augmente de 20 % par an.
Pour démarrer un nouveau bassin, elle décide de prélever 28 poissons à la fin de chaque année
La situation est modélisée par une suite (u_n) de terme initial $u_0 = 150$, le terme u_n donnant une estimation du nombre de poissons au 1er janvier de l'année $2018 + n$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1{,}2u_n - 28$.

3. On définit la suite (w_n) par : $w_n = u_n - 140$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   a. Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison 1,2.
   Préciser son terme initial.
   b. Exprimer pour tout $n \in \mathbb{N}$, w_n en fonction de n.
   En déduire u_n en fonction de n.
4. Sachant que l'aquarium ne peut contenir plus de 200 poissons, la responsable doit-elle prévoir l'achat d'un autre aquarium dans les années à venir ? Si oui, en quelle année ?

Partie B

On sait qu'il y a eu 1 350 visiteurs le premier mois et que le prix d'entrée est fixé à 8 euros. La responsable fait l'hypothèse d'une augmentation mensuelle de la fréquentation des visiteurs de 12 %. Elle veut alors savoir, sous cette hypothèse, la recette totale accumulée durant les six premiers mois.

1. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'il détermine la recette cherchée.

```
S ← 0
V ← 1350
Pour N allant de 1 à ...
    S ← ...
    V ← 1,12V
Fin Pour
S ← 8S
```

2. Quel est le montant de la recette cherchée ?

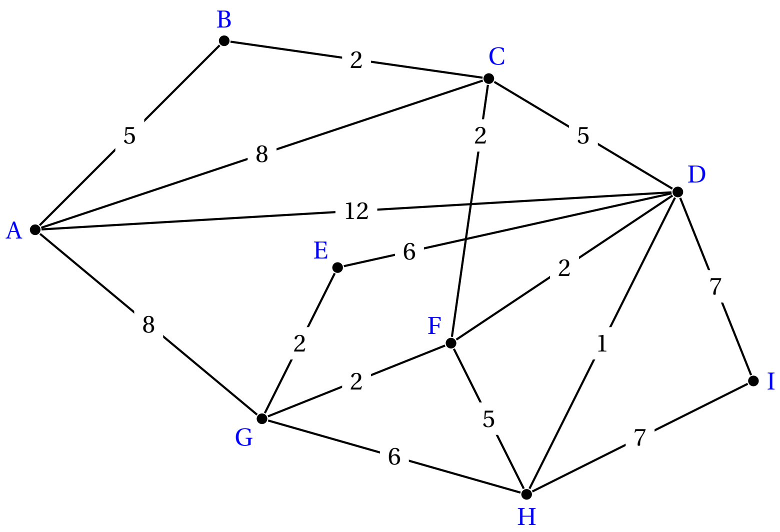
Exercice 2 — 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

Sur son lieu de vacances d'été, Inaé décide de pratiquer son activité favorite : le vélo tout terrain (VTT). Le plan des sentiers VTT de la région est représenté par le graphe ci-dessous.
Les arêtes représentent les sentiers, les sommets représentent les intersections de ces sentiers et le poids des arêtes désigne la distance en km entre chaque intersection.



1. Pourra-t-elle explorer tous les sentiers en ne passant qu'une fois sur chacun d'entre eux? Justifier.
2. Inaé se trouve en A et a rendez-vous au point I. Elle veut s'y rendre en empruntant l'itinéraire le plus court. Déterminer à l'aide d'un algorithme cet itinéraire en en préciser la longueur.

Partie B

En 2018, des vélos électriques ont été mis en location. Les clients ont donc eu le choix entre des vélos classiques et des vélos électriques. En 2018, seulement 10 % des clients ont loué des vélos électriques.
On admet que tous les clients louent un vélo et que :

- 85 % des clients ayant loué un vélo électrique une année en relouent un l'année suivante;
- 70 % des clients ayant loué un vélo classique une année en relouent un l'année suivante.

On suppose que le nombre de clients chaque été reste constant. On s'intéresse à la répartition des clients dans les années à venir.
On note pour tout entier naturel n :

- c_n la probabilité qu'un client pris au hasard choisisse un vélo classique l'année $2018+n$;
- e_n la probabilité qu'un client pris au hasard choisisse un vélo électrique l'année $2018+n$;
- $P_n = \begin{pmatrix} c_n & e_n \end{pmatrix}$ la matrice correspondant à l'état probabiliste l'année $2018+n$.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste.
   On notera C l'évènement « le client loue un vélo classique » et E l'évènement « le client loue un vélo électrique ».
2. Donner la matrice P_0 traduisant l'état probabiliste initial ainsi que la matrice de transition M en respectant l'ordre C puis E des sommets.
3. Calculer P_1.
4. Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Les parties* A, B *et* C *peuvent être traitées de manière indépendante.
Les résultats seront arrondis au centième.

Partie A

Lors d'un safari photo en Afrique, un groupe de touristes souhaite observer des familles d'éléphants. Le guide leur explique que :

- la probabilité de voir des éléphants adultes dans la journée est de 0,85;
- la probabilité de voir des bébés éléphants sachant que l'on voit des éléphants adultes est de 0,5;
- la probabilité d'observer des bébés éléphants mais pas d'adultes éléphants dans la journée est de 0,015.

On choisit au hasard un touriste de ce groupe et on considère les évènements suivants :

A : « Le touriste voit des éléphants adultes dans la journée »;

B : « Le touriste voit des bébés éléphants dans la journée ».

Pour tous évènements E et F, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E, $p(E)$ la probabilité de E et, si F est de probabilité non nulle, $p_F(E)$ la probabilité de E sachant F.

1. Donner $p\left(\overline{A} \cap B\right)$.

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré qui sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
3. Montrer que $p(B) = 0{,}44$.
4. **a.** Calculer $p_{\overline{A}}(B)$.

   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

À 20 h, le groupe de touristes fait une pause autour d'un point d'eau pour observer le bain des éléphants. On considère que le temps d'attente en minute nécessaire pour observer des éléphants suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0\,;\,90]$.

1. Quelle est la probabilité que le groupe attende plus d'une heure avant d'apercevoir les éléphants ?
2. Calculer l'heure moyenne d'arrivée des éléphants.

Partie C

Lors de leur séjour, les touristes ont appris que les éléphants d'Afrique sont généralement plus grands que les éléphants d'Asie.
On modélise la taille en centimètre d'un éléphant d'Afrique par une variable aléatoire X suivant la loi normale de moyenne μ et d'écart type σ. De même, on modélise la taille en centimètre d'un éléphant d'Asie par une variable aléatoire Y suivant une loi normale de moyenne μ' et d'écart type σ'.
Les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ des densités de probabilité associées à X et Y sont données en **annexe 1**.

1. **a.** Associer chaque courbe $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ à sa variable aléatoire.

   b. Donner une valeur approchée à la dizaine de l'espérance pour chacune d'entre elles.
2. Représenter graphiquement $p(X > 330)$ et $p(Y > 330)$ puis comparer ces deux probabilités.
3. **a.** Calculer à l'aide de la calculatrice $p(Y > 330)$ sachant que $\mu' = 268$ et $\sigma' = 50$.

   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(-5x^2 + 5\right)\mathrm{e}^{x}$$

On note f' la fonction dérivée de f, et f'' la fonction dérivée seconde. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan, donnée en **annexe 2**.

1. **a.** Calculer les coordonnées du point A, intersection de la courbe $\mathscr{C}$ avec l'axe des ordonnées. Placer le point A dans le repère fourni en **annexe 2**.

   b. Démontrer que $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en deux points. Déterminer leurs coordonnées et les placer dans le repère fourni en **annexe 2**.

   c. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \left(-5x^2 - 10x + 5\right)\mathrm{e}^{x}$.

   d. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-5\,;\,2]$.
2. Soit Δ la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

   a. Montrer qu'une équation de Δ est $y = 5x + 5$.

   b. Tracer la droite Δ dans le repère fourni en **annexe 2**.
3. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants que l'on pourra utiliser sans justification :

1	$f(x)$
∘	$\rightarrow\ (-5x^2+5)\,\mathrm{e}^{x}$
2	$f''(x)$
∘	$\rightarrow\ -20x\,\mathrm{e}^{x}-5x^2\,\mathrm{e}^{x}-5\,\mathrm{e}^{x}$
3	Résoudre $(f''(x)=0,x)$
∘	$\rightarrow\ \left\{x=-\sqrt{3}-2\,,x=\sqrt{3}-2\right\}$

a. Montrer que, pour tout $x \in [-5\ ;\ 2]$, $f''(x)=-(5x^2+20x+5)\,\mathrm{e}^{x}$.

b. Étudier la convexité de le fonction f sur l'intervalle $[-5\ ;\ 2]$.

4. On s'intéresse à l'aire $\mathscr{A}$, en unité d'aire, du domaine délimité par $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=-1$ et $x=0$.

a. Hachurer sur **l'annexe 2** ce domaine.

b. On admet que sur l'intervalle $[-1\ ;\ 0]$, la droite Δ est au-dessus de la courbe $\mathscr{C}$.
Justifier que l'aire $\mathscr{A}$ est inférieure à 2,5 unités d'aire.

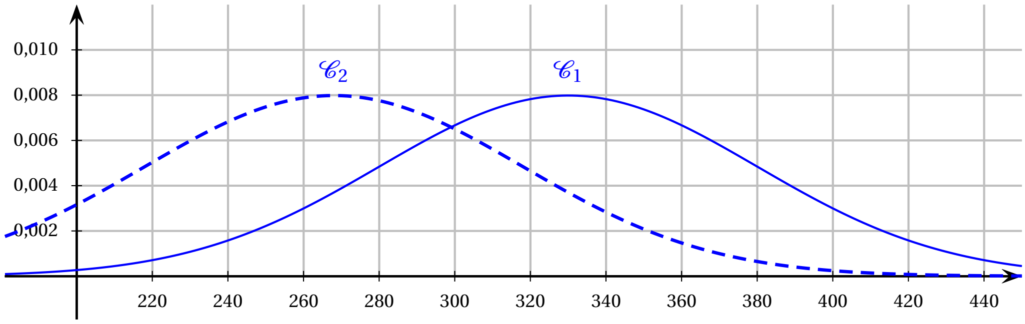
c. On admet que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x)=(-5x^2+10x-5)\,\mathrm{e}^{x}$$

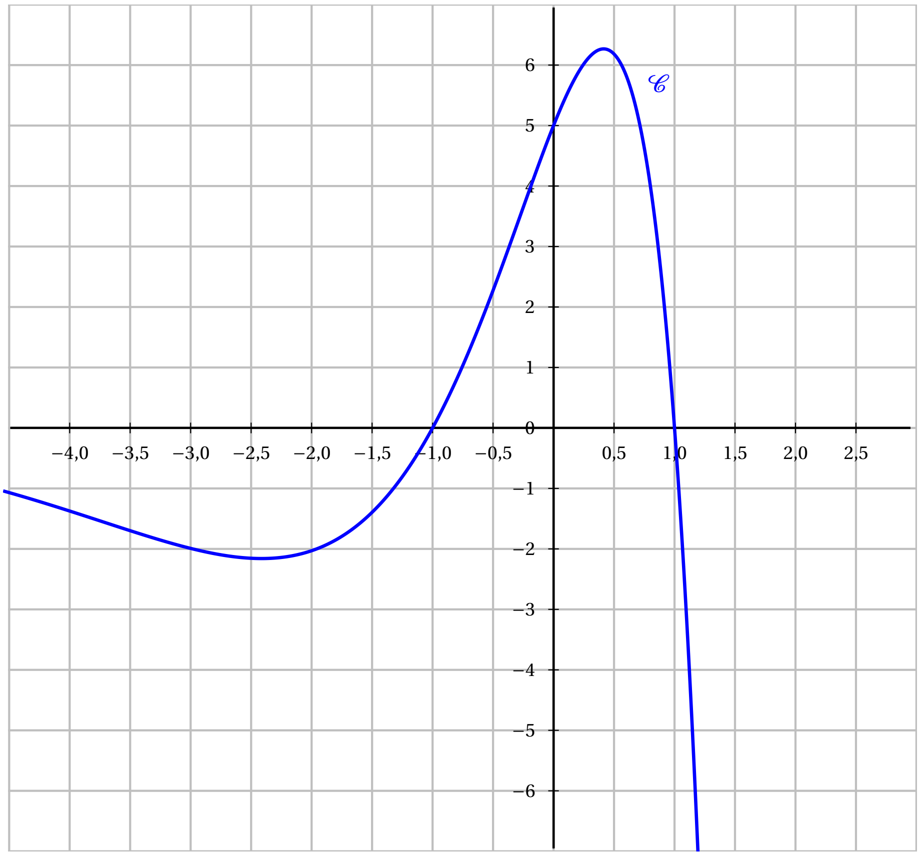
est une primitive de f.
Calculer $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.
On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

Annexes à rendre avec la copie

Annexe 1
Exercice 3



Annexe 2
Exercice 4



Index