Baccalauréat Égypte [1] 1950

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Étµde du mouvement rectiligne vibratoire simple.
Mouvement rectiligne défini par une équation de la forme

$$x = a\cos(\omega t + \alpha) + b\cos(\omega t + \beta).$$

2e sujet
Mouvement circulaire uniforme. Vitesse angulaire. Vecteur-vitesse et vecteur-accélération.

3e sujet
Mouvement de translation d'un corps solide ; trajectoires, vecteurs-vitesse et vecteurs-accélération des divers points du corps.

II

On considère un cercle fixe C de centre O et de rayon a, une droite fixe D passant par O, et, sur cette droite, un point fixe A à la distance $2a$ du point O. Un cercle variable Γ est tangent en A à D ; on désigne par I son centre et par B celui de ses points qui est diamétralement opposé à A.

1. α et β désignant respectivement les angles AOI et IOB, trouver la relation qui existe, quel que soit Γ, entre tg α et tg β.
   Pour quelle valeur de tg α la valeur de tg β est-elle maximum ?
   Construire l'angle α correspondant à cette valeur de tg α.
2. Soient E le point où le segment OI coupe C, F le point où la parallèle menée de E à D coupe OB, E′ et F′ les projections des points E et F sur D.
   Démontrer que F′ est le milieu de OE′.
   Quelle ligne décrit, quand Γ varie, le point F ?
3. Quelle doit être la puissance d'une inversion de pôle A pour que, dans cette inversion, le cercle C soit son propre inverse ?
   La puissance d'inversion étant ainsi choisie et l'un des cercles Γ étant dessiné, construire l'inverse de ce cercle Γ.
   Application à la construction de ceux des cercles Γ qui sont tangents au cercle C.
4. Quelle doit être la puissance d'une inversion de pôle O pour que, dans cette inversion, n'importe quel cercle Γ soit son propre inverse ?
   La puissance d'inversion étant ainsi choisie, quel est l'inverse du cercle C ?
   Application à la construction de ceux des cercles Γ qui sont tangents au cercle C.

N. B. - Les quatre parties du problème sont indépendantes.
Cotation de la question de cours sur 10, du problème sur 20.

1. New York Pondichéry