∽ Baccalauréat Égypte Série mathématiques[1] juin 1956 ∾

I.

1^er^ sujet

Couples de points conjugués par rapport à un cercle.
Lieu des conjugués d'un point donné par rapport à un cercle donné.

I.

2^e^ sujet

Produit de deux homothéties ; ces homothéties étant définies par leurs centres, supposés distincts, et leurs rayons, préciser le centre éventuel et le rapport de la transformation produit.

I.

3^e^ sujet

Inverse d'un cercle, le pôle étant sur le cercle ; réciproque ; peut-on échanger par inversion une droite et un cercle donnés ?

II.

Sur un axe $u'\mathrm{O}u$ on donne deux points fixes F et F′ par leurs abscisses :

$$\overline{\mathrm{OF}} = c, \quad \overline{\mathrm{OF'}} = -c \quad (c > 0).$$

$k > 0$ étant un nombre différent de c, on considère sur $u'\mathrm{O}u$ le point K dont l'abscisse est $\overline{\mathrm{OK}} = k$. On appelle (D) la perpendiculaire en K à $u'\mathrm{O}u$.

1. Montrer qu'il existe une conique (Γ) et une seule admettant F′ et F comme foyers, (D) comme directrice correspondant à F.
   Construire les sommets A et A′ de (Γ) sur son axe focal.
   Calculer en fonction de c et k l'excentricité e de (Γ).
   Où doit se trouver K pour que (Γ) soit une ellipse, une hyperbole ?
2. Soit (C) la circonférence de diamètre FF′ ; M étant un point quelconque de (C), on appelle H sa projection sur (D). On appelle x la *longueur* de MF.
   Exprimer en fonction de x, k, c le rapport de longueurs $\dfrac{\mathrm{MF}}{\mathrm{MH}}$.
3. On donne la fonction

$$y = \frac{2cx}{\left|x^2 - 2c(c-k)\right|}$$

   où le symbole | | indique une valeur absolue.
   Étudier les variations de y lorsque x croît de 0 à $2c$.
   On distinguera les trois cas suivants :

$$k < c\,; \quad c < k < 3c\,; \quad k > 3c.$$

   On construira les courbes représentatives correspondant aux valeurs suivantes :

$$c = 4,\ k = 2\,; \quad c = 4,\ k = 6\,; \quad c = 4,\ k = 14.$$

   (unité de longueur : 1 cm).

1. Buenos Aires novembre 1956 Nouvelle Calédonie novembre 1957

4. Calculer les valeurs de x qui correspondent aux points M communs aux courbes (Γ) et (C). Discuter leur existence suivant les valeurs de k, c étant donné.