Baccalauréat série mathématiques
Égypte septembre 1954

I

1er sujet
Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée.
Application : Calculer la dérivée de la fonction

$$y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

2e sujet
Étudier la fonction

$$y = \frac{x^2-3x+3}{x^2-x-1}.$$

Application : Utiliser le graphique pour discuter le nombre des racines de l'équation en x

$$(m-1)x^2-(m-3)x-(m+3)=0.$$

3e sujet
Progressions géométriques : définition.
Calcul d'un terme de rang donné.
Somme des n premiers termes.
Condition nécessaire et suffisante pour que trois nombres soient trois termes successifs d'une progression géométrique.
Application : Calculer trois nombres en progression géométrique tels que leur somme soit $12,4$ et leur produit 8.

II

Partie A
Deux cercles Γ et Γ', de centres respectifs C et C$'$, sécants en I et J, sont orthogonaux.

1. Une droite variable passant par I coupe les cercles Γ et Γ' respectivement en A et B. Évaluer l'angle AJB.
   La droite AJ recoupe le cercle Γ' en B$'$ et la droite BJ recoupe le cercle Γ en A$'$.
   Que peut-on dire des points A, C, A$'$, des points B, C$'$, B$'$ et des points I, A$'$, B ?
   Montrer que les tangentes en A et B aux cercles Γ et Γ' sont perpendiculaires.
2. Soient A un point du cercle Γ et B un point du cercle Γ' tels que les tangentes en A et B aux cercles Γ et Γ' soient perpendiculaires.
   Montrer que la droite AB passe par l'un des points I et J.

Partie B

On donne un angle droit $x\text{O}y$, un point fixe A sur la droite Ox, un point fixe B sur la droite Oy et l'on envisage deux cercles variables, Γ et Γ', tangents, le premier en A à la droite Ox, le second en B à la droite Oy. Ces cercles variables se coupent en I et J et sont orthogonaux.

1. Montrer que l'un des points I et J, I par exemple, appartient à la droite AB et trouver le lieu géométrique des points I et J.

2. Montrer que la droite IJ coupe le cercle de diamètre AB en un point fixe KI que la perpendiculaire en J à la droite KJ passe par un point fixe K$'$ et que la projection orthogonale du milieu F de AB sur la droite des centres des cercles Γ et Γ' coïncide avec le milieu de K$'$I.

   En déduire l'enveloppe de la médiatrice de IJ.

3. On suppose maintenant OA = OB. Que deviennent les résultats précédents ?

   Construire, dans ce cas, les cercles Γ et Γ', sachant que IJ a une longueur donnée ℓ.