Baccalauréat Mathématiques Égypte septembre 1955

I.
1er sujet

Variations de la fonction

$$y = 2 - \frac{3}{x-1} + \frac{12}{x+2}.$$

Courbe représentative.

I.
2e sujet

Progressions géométriques.
Somme des n premiers termes ; limite, quand elle existe, de cette somme lorsque n augmente indéfiniment.

I.
3e sujet

Variations et représentation graphique de la fonction

$$y = \frac{x^2-2x+1}{x^2-2x+3}.$$

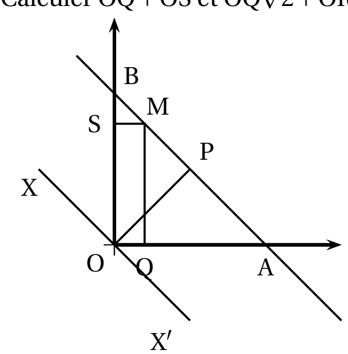
II.

Soient un triangle isocèle OAB, OAB, rectangle en O, et OP sa hauteur.
Un point M se déplace sur la droite indéfinie AB ; il se projette en Q sur OA, en S sur OB.
On oriente les droites OA et OB positivement de O vers A, de O vers B.

$$\overline{\text{OA}} = \overline{\text{OB}} = a.$$

On oriente AB de A vers B positivement et sa parallèle X′OX dans le même sens.

1. Démontrer que PQS est un triangle rectangle isocèle.
   Lieu du sommet R du carré PQRS. Enveloppe de RS, RQ et de QS.
   Calculer $\overline{\text{OQ}} + \overline{\text{OS}}$ et $\overline{\text{OQ}}\sqrt{2} + \overline{\text{OR}}$.



2. Une droite variable Δ passant en P coupe OA en Q_1, OB en S_1, OX en R_1.
   Trouver les relations entre $\overline{\text{OQ}_1}$ et $\overline{\text{OS}_1}$ d'une part, entre $\overline{\text{OQ}_1}$ et $\overline{\text{OR}_1}$ d'autre part, indépendantes de Δ.
   Montrer que les cercles OPS_1 et OQ_1R_1 sont tangents en O, ainsi que les cercles OPQ_1 et OR_1S_1.
   Quel est l'angle des cercles OPQ_1 et OPR_1 ?

   Comment associer le point M et la droite Δ pour que P, Q_1, R_1, S_1 correspondent à P, Q, R, S par inversion ?

3. On donne quatre points alignés P, Q_1, R_1, S_1.

Peut-on, à partir de ces quatre points, reconstituer la figure ?

À quelle condition ? Peut-on trouver une inversion qui transforme ces quatre points en les quatre sommets d'un carré ? Calculer $\overline{PS_1}$ si

$$\overline{PQ_1} = b, \quad \overline{PR_1} = \frac{3}{4}b.$$

4. Soient D le milieu de Q_1S_1, E le point de Δ tel que

$$\overline{PE} = 2\overline{PD}.$$

Montrer que le produit des distances de E à OA et OB est constant.

Lieux de D et E.