

## Entretien avec une didacticienne

Aline Robert

Aline Robert est enseignant-chercheur en didactique des mathématiques, professeur à l'IUFM de Versailles et co-directrice de l'équipe de recherche DIDIREM, rattachée à l'université Paris Diderot. Elle a accepté de répondre pour PLOT aux questions provocatrices d'un professeur de terrain (Claudie) et à celles plus nuancées d'un professeur d'IUFM en temps partagé (Valérie). Elle a rédigé ses réponses avec la participation de Monique Pariès, maître de conférence à l'IUFM de Versailles, qui a beaucoup travaillé comme formatrice second degré.

*Et pourtant je leur ai dit plus de 20 fois que  $\sqrt{5} + \sqrt{7}$  n'est pas égal à  $\sqrt{12}$  ...  
Et c'était encore dans les copies !*

Un professeur de troisième

### Qu'est-ce que c'est, exactement, la didactique des mathématiques ?

La didactique des mathématiques est une discipline scientifique qui a pour ambition d'explorer les relations entre l'enseignement d'un contenu mathématique donné et son apprentissage par les élèves. *Comment analyser cet épisode familier cité en exergue ?*

On s'intéresse donc aux mathématiques scolaires, ceci allant des programmes aux élèves : on tente de dégager les régularités et les diversités dans ce qui peut se passer en classe de mathématiques, compte tenu des contenus enseignés et de paramètres liés au contexte. On cherche aussi à préciser un certain nombre de variables pouvant conduire à des alternatives, liées par exemple aux différents énoncés proposés aux élèves en classe et à différentes manières de les faire travailler.

Précisons trois caractéristiques essentielles des recherches en didactique des mathématiques :

1- C'est une discipline scientifique qui étudie, reprenons-le, les relations entre les

apprentissages des élèves de contenus mathématiques donnés et leur enseignement à l'école. Ces relations mettent notamment en jeu une analyse des contenus à enseigner : mettre en perspective les notions et les problèmes qu'elles permettent d'aborder, comprendre l'évolution sous-jacente à la progression des programmes fait partie, par exemple, de ce dont nous avons besoin dans nos recherches.

*Une étude des programmes permet par exemple de comprendre que l'enseignant peut être un peu démuné pour faire travailler les élèves sur les racines carrées, qui n'ont plus de statut précis (ce sont « des nombres »...).*

Mais il faut aussi choisir ce que nous mettons sous les termes « enseignement » et « apprentissages ». Ce champ « Didactique des mathématiques » se trouve ainsi à la croisée de plusieurs dimensions théoriques : épistémologie, théories de l'apprentissage, sciences de l'éducation...

La spécificité de la didactique réside dans l'utilisation imbriquée et croisée de ces diverses sources théoriques pilotées cependant par une entrée à partir des contenus à enseigner. Par exemple, il y a

Voir l'article d'Aline Robert dans le Bulletin Vert n°457. Cet article est aussi mis en ligne sur le site de l'APMEP, rubrique PLOT.

de nombreuses recherches en didactique des mathématiques dont le titre contient un contenu précis (proportionnalité, géométrie, algèbre élémentaire, fonctions...).

2- En didactique, la prise en compte des pratiques des enseignants est devenue petit à petit fondamentale. Leurs conditions de travail, les contraintes qu'ils subissent ne sont plus considérées comme des « bruits » mais font bel et bien partie des éléments à intégrer au même titre que le travail mathématique des élèves en classe par exemple.

3- La didactique des mathématiques reste une discipline expérimentale. On a besoin de recueillir des données, y compris en classe, puis de les analyser et d'interpréter les résultats. Leur validation, leur portée et leurs limites passent par une phase expérimentale.

Ces recherches ne peuvent en aucun cas être utilisées à des fins prescriptives, il faut en être conscient.

**Alors, la didactique s'apparenterait à une sorte de zoologie où les animaux étudiés seraient les profs et leurs élèves ?**

Pas du tout, car la didactique ne cherche pas une classification à partir de la seule observation des acteurs. Elle cherche à comprendre ce qui se joue, à repérer des régularités, voire à dégager des alternatives.

Si l'observation de ce qui se passe en classe contribue à ces analyses, elle n'est en aucun cas autosuffisante, elle doit être notamment précédée d'une réflexion et suivie d'études précises.

*Aller une ou deux fois dans la classe de notre enseignant de troisième ne suffira*

*pas à nos analyses : outre la relecture du programme de troisième, nous avons besoin de savoir ce qui a été fait avant, qui sont ses élèves, et d'étudier précisément comment il réussit à les faire travailler, ce qui ne peut être fait « sur le vif ». Une étude de vidéo peut nous aider mais n'est pas non plus suffisante, ne serait-ce qu'à cause de l'influence du temps long sur les apprentissages. Qui nous dit que, dans deux mois, l'erreur en question n'aura pas disparu ?*

En fait, la complexité de ce que nous étudions ne peut être abordée directement. Nous choisissons les éléments à étudier (par exemple les énoncés des exercices proposés ou encore les aides des enseignants), nous en éliminons d'autres (par exemple, le charisme des enseignants), nous adoptons des hypothèses générales sur les apprentissages. Et c'est au sein de ce cadrage théorique que les observations menées peuvent prendre du sens malgré leur caractère partiel, peuvent être interprétées légitimement. La même observation de classe peut d'ailleurs conduire à des recherches différentes, sociologique ou linguistique par exemple.

Pour décrire ce qui se passe dans un cours, dans mes recherches, j'analyse ainsi particulièrement la succession des couples « énoncé d'exercice – déroulement » en dégagant ce qu'ont à faire les élèves.

**Quels sont les outils de la didactique ? Comment travaille-t-elle ?**

Divers outils sont développés dans les recherches en didactique depuis une quarantaine d'années.

Tous les chercheurs s'attachent à analyser les contenus mathématiques à enseigner, suivant ce qu'on pourrait appeler une

<sup>1</sup> Ce que Chevallard, 1992, a appelé la transposition didactique, s'inspirant des travaux de M. Verret.

« épistémologie » élémentaire des contenus, sans recherche d'originalité, en dégageant l'évolution entre les contenus mathématiques et les contenus à enseigner<sup>1</sup> mais ce n'est qu'un début : calquer les projets d'enseignement sur cette histoire reconstituée, par exemple, n'est certainement pas suffisant.

Un premier exemple de travail didactique est donné dans les recherches qui s'inscrivent dans la Théorie des Situations Didactiques (TSD) élaborée par G. Brousseau, qui a travaillé d'abord et essentiellement sur l'école élémentaire. Il a largement contribué à l'émergence du champ scientifique, élaborant ce modèle de la « TSD » pour les recherches en

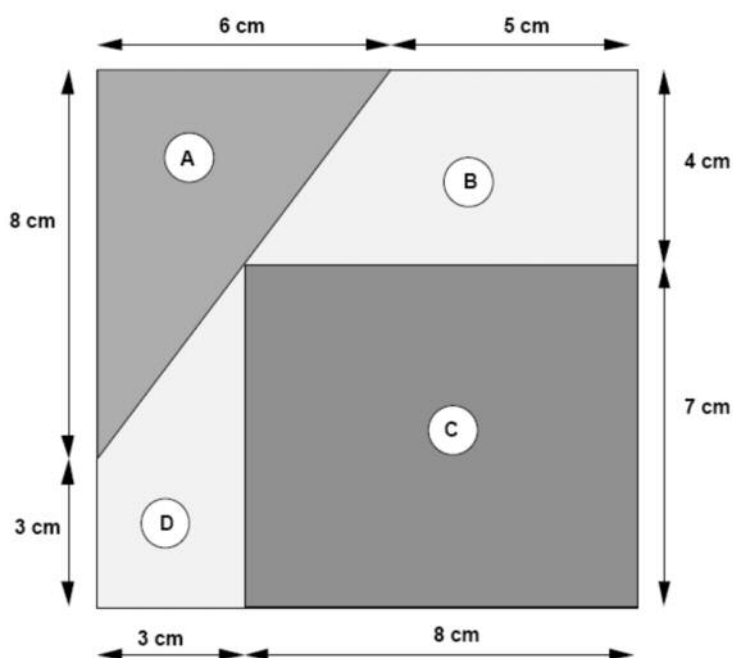
didactique. La notion de situation fondamentale y est au cœur, qui modélise un procédé didactique forçant en quelque sorte les élèves à utiliser les mathématiques à acquérir. Le problème correspondant qui leur est proposé est élaboré à partir du sens profond de la notion, tel que les analyses préalables permettent de le dégager. Les élèves n'ont pas d'autres recours que d'utiliser la seule connaissance mathématique qui permet de le résoudre et qui est la connaissance visée. A condition toutefois qu'ils jouent le jeu proposé ! De plus, c'est au sein même du problème qu'ils trouvent des éléments leur permettant de savoir si leur démarche est correcte, ils n'attendent pas l'avis de l'enseignant.

Un exemple emblématique, le célèbre puzzle de Brousseau, est exposé par l'auteur lui-même, Guy Brousseau, dans le même Bulletin Vert 457. Cet article est lui aussi mis en ligne sur le site de l'AMEP, rubrique PLOT.

« On donne aux élèves un puzzle carré de 11 cm de côté et on leur dit : vous devez découper dans un carton un puzzle semblable à celui-ci (le modèle). Mais pour les enfants de l'école maternelle, vous devez le faire plus grand. Ce côté qui mesure 4 cm sur le modèle devra mesurer 7 cm sur la reproduction... » [...].

« Les élèves travaillent en petits groupes et commencent par penser qu'il faut ajouter 3 cm à chaque mesure. Désastre ! Les morceaux ne se raccordent pas... »

Finalement des élèves remarquent qu'il est nécessaire que l'image de la somme de deux segments soit la somme des images. Et c'est parti !



L'enseignant engage cependant les élèves après la phase d'action (résolution brute), dans des activités de formulation (explicitation) et de validation (justification).

Brousseau a introduit à ce sujet la notion de contrat didactique, qui modélise les attentes, éventuellement implicites, du professeur vis-à-vis des élèves et réciproquement. Il s'agit évidemment d'analyser si c'est par effet de contrat ou non que les élèves choisissent une procédure...

Ce modèle, enrichi au cours des années, sert de référence à de nombreuses recherches, notamment dans le primaire<sup>2</sup>, mais pas seulement : par exemple, Eric Roditi<sup>3</sup> s'est inspiré de ces idées *pour proposer à notre enseignant de troisième une situation permettant aux élèves de saisir le sens de l'opération « produit » sur les racines carrées, auxquelles il donne un statut de nombre en leur faisant jouer le rôle d'un coefficient d'agrandissement. C'est déjà ça !*

Cependant, je me demande si on peut développer des situations fondamentales pour des notions introduites dans l'enseignement secondaire et présentant une discontinuité avec ce qui précède, cette discontinuité étant souvent signalée historiquement par une genèse particulièrement longue. Ainsi, beaucoup de recherches en didactique, menées en particulier par Brigitte Grugeon<sup>4</sup>, ont souligné la rupture pour les élèves entre l'utilisation de l'arithmétique et celle des premières notions d'algèbre élémentaire (inconnue, équation, calcul algébrique). Leur introduction doit, peut-être, être envisagée autrement qu'avec cet outil « situation fondamentale ».

Une autre approche, tout aussi impossible à résumer brièvement que la précédente, a été introduite par Chevillard (1992, 1999) et s'est aussi largement développée. Elle spécifie au champ de la didactique des éléments inspirés par une vision anthropologique du monde. Elle a permis notamment d'étudier les évolutions des programmes de mathématiques, de comprendre pourquoi certains chapitres étaient « voués » à disparaître, ou encore de repérer des « trous » dans les programmes. *Comme celui des racines carrées !*

Pour ma part, à la suite de G. Vergnaud<sup>5</sup>, je m'inscris dans un courant de recherches en didactique des mathématiques qui s'inspire de la théorie de l'activité : l'ambition est ici de donner toute leur place, non seulement aux contenus et à la situation scolaire, mais encore aux sujets singuliers.

Les analyses visent ainsi à aborder les questionnements décrits précédemment en reconstituant les activités mathématiques des élèves. Du même coup, nous étudions les pratiques et les activités des enseignants, car ce sont elles qui nous donnent accès aux activités des élèves, en tout cas en classe.

Ainsi, le même Eric Roditi a étudié les pratiques de quatre enseignants en sixième, sur la multiplication des décimaux et dans son livre, il détaille sur ce cas particulier ce qui est contraint pour tous les enseignants (et il y a beaucoup de contraintes dans notre métier, liées aux programmes, aux horaires, au métier), et ce qui reste dans le champ de la liberté pédagogique de chacun.

<sup>2</sup> La conception et l'analyse *a posteriori* d'une séquence d'enseignement, souvent élaborée pour introduire une notion, s'appelle « ingénierie didactique ».

<sup>3</sup> cf Roditi, E. (1996) La racine carrée en troisième. Étude d'une activité, Document pour la formation des enseignants, Cahier vert n°17, IREM, Université Paris 7.

<sup>4</sup> cf Grugeon B. (2000) L'algèbre au lycée et au collège. Une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire : conception, exploitation et perspectives. 5-39. ; in Grugeon, Guichard, Capponi, Janvier, Delgoulet Eds, L'algèbre au lycée et au collège. Actes des journées de formation de formateurs. Boisseron, IREM de Montpellier.

<sup>5</sup> cf Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels, Recherches en didactique des mathématiques, vol10/2.3 pp 133-170.

Dans cette démarche, les activités désignent quelque chose d'inaccessible : ce qui est pensé, dit, pas dit, fait, pas fait, par l'acteur. Mais on peut s'en approcher, plus exactement nous étudions les activités possibles des élèves, celles qu'il est bien possible qu'un certain nombre d'entre eux aient faites, que ce soit *a maxima* pour ceux qui s'y engagent d'emblée ou *a minima* pour les plus « lents » à entrer dans le jeu.

Pour étudier ces activités possibles des élèves, nous croisons les tâches réellement proposées (les énoncés) et les déroulements organisés. En effet, ce sont les mises en fonctionnement des connaissances mathématiques induites par les activités des élèves qui contribuent aux apprentissages. Pour mieux les caractériser, nous cherchons, par exemple, si les énoncés proposés amènent les élèves à utiliser des connaissances non indiquées dans le contexte du travail, ou à introduire des intermédiaires et des étapes, ou encore à mélanger différents domaines. On peut faire travailler dans différents cadres, selon l'expression introduite par Régine Douady<sup>6</sup>, pour qualifier les différents domaines de travail comme le graphique, l'algébrique, le ponctuel ou dans différents registres, selon l'expression introduite par Raymond Duval<sup>7</sup>, pour qualifier différents modes d'écriture d'une même notion : autant de « variables » aux mains des enseignants, autant de choix d'adaptations des connaissances qui n'amènent pas les mêmes apprentissages et sont complémentaires... Mais nous devons compléter par tout ce qui peut se passer en classe, en repérant tout spécialement ce qui peut avoir une influence sur le travail effectif des élèves, modifier les mises en fonctionnement de leurs connaissances. Par exemple, la

nature et la forme du travail en classe, la durée des différentes phases de travail, les aides de l'enseignant, les échanges...

Ces outils ne permettent pas d'avoir accès au temps long alors que tout apprentissage s'inscrit dans la durée. Les recherches actuelles en didactique ont encore beaucoup de mal à l'intégrer.

En revanche, de nouvelles questions sont abordées dans notre perspective, liées notamment à la notion de Zone Proximale de Développement des connaissances des élèves et à la manière d'en tenir compte dans l'enseignement. Cette notion a été introduite par Vygotski et traduit l'hypothèse suivante : les élèves disposeraient à tout moment de connaissances pas encore acquises mais très proches de l'être ; une des manières de transformer ces préconnaissances en connaissances serait d'y être aidé par un enseignant (ou un pair), ce dernier montrant son utilisation de la connaissance en question.

### **Et à moi, le prof, ça m'apporte quoi la didactique ?**

Commençons par des mises en garde sur ses apports éventuels.

Non seulement les recherches en didactique n'ont aucune légitimité à une quelconque prescription, comme déjà dit, mais encore leur champ ne recouvre pas celui des préoccupations des enseignants. Souvent, les recherches sont limitées et on ne peut pas importer légitimement les résultats à des classes différentes de celles qui ont été analysées. De plus, les échelles de temps pour les chercheurs et pour les enseignants sont différentes. Enfin, l'adoption individuelle de situations issues de la didactique peut receler des difficultés importantes, liées à :

- l'échelle des recherches – trop peu de

<sup>6</sup> cf Douady R. (1987) Jeux de cadre et dialectique outil/objet. Recherche en didactique des mathématiques 7(2) 5-32

<sup>7</sup> cf Duval R. (2002) Comment décrire et analyser l'activité mathématique ? Cadres et registres Actes de la journée en hommage à Régine Douady, IREM, Université P7 83-105

séances concernées sur une même année scolaire,

- le travail de mise au point de l'enseignant avant les séances, souvent important, avec des décalages éventuels par rapport aux programmes et beaucoup d'implicites à décoder (sur l'esprit et non la lettre des séances),
- le changement de contrat trop important par rapport aux habitudes, qui nécessite d'être mis en place pendant un certain temps,
- le temps « perdu » pendant les séances (il y a souvent un important travail autonome des élèves),
- la tension nécessaire à la gestion des séances – les élèves peuvent résister, ils peuvent avoir du mal à passer d'un travail autonome aux corrections,
- la difficulté de savoir si l'essentiel de ce qui était visé par le concepteur est « passé »,
- la difficulté d'évaluer les résultats des séances sur les élèves...

Cependant, les outils didactiques peuvent être utilisés au quotidien pour se poser systématiquement un certain nombre de questions et élargir, le cas échéant, les réponses envisagées.

Sur le choix des contenus proposés aux élèves, on peut se poser systématiquement la question de la nature de l'introduction à envisager (liée à l'existence ou non d'un « bon » problème initial) ; on peut aussi réfléchir à la variété des activités proposées aux élèves, voire même à la possibilité de leur offrir quelques occasions de travailler sur des problèmes transversaux. Il y a même des sources d'inspiration possibles dans certaines recherches.

Sur les choix de déroulements et d'accompagnement, on peut essayer de jouer

sur plusieurs modes de travail, compte tenu de leurs avantages et leurs inconvénients dégagés dans divers travaux et de la classe particulière en jeu : travail en petits groupes, travail collectif avec échanges avec l'enseignant, travail écrit... La compréhension des difficultés des élèves, de l'état de leur connaissance s'inscrit dans cette palette d'outils possibles fournis par la didactique des mathématiques et accessibles aux enseignants. J'insisterais volontiers sur ce fait, amplement développé en didactique, que l'analyse d'un exercice sans prise en compte de son déroulement est insuffisante à comprendre les activités possibles des élèves, tant le déroulement peut les modifier par rapport aux activités attendues.

Enfin, ces mêmes outils à disposition de plusieurs enseignants peuvent favoriser le travail collectif. La connaissance de certaines régularités mises en évidence dans les travaux des didacticiens peut permettre d'interpréter des difficultés individuelles en les inscrivant dans des phénomènes généraux, contribuant ainsi à dédramatiser les situations, à déculpabiliser les enseignants, à envisager collectivement de nouveaux dispositifs.

### **Comment transmettre les résultats de la didactique aux enseignants ?**

Compte tenu de ce qui précède, la transmission de certains outils didactiques et de certains résultats peut être envisagée en formation.

C'est au formateur de se charger d'une partie de l'adaptation éventuelle des éléments de recherches aux pratiques des enseignants. Ce travail d'adaptation est ce que nous appelons la double transposition (transposition partagée par le chercheur

vers le formateur lorsqu'il initie et contribue à l'écriture du document... et par le formateur en direction des formés lorsqu'il est en face de vrais enseignants avec leurs positions particulières).

*Reprenons notre enseignant de troisième et supposons que la question citée en exergue arrive dans la formation. Il va falloir que le formateur trie dans tout ce qu'il connaît sur la question pour donner des réponses pouvant s'adapter au cas de la classe en question. L'objectif est en quelque sorte d'élargir la palette des outils disponibles pour que l'enseignant puisse interpréter la difficulté, par exemple en référence aux programmes, puisse la mettre en relation avec les activités qui ont été proposées en classe, et puisse faire des essais d'enseignement avec ses élèves dans ce cas particulier.*

Pour faire partager aux enseignants en formation les outils didactiques déjà cités, le formateur peut partir d'analyses de diverses pratiques en relation avec les activités possibles des élèves. Il est essentiel, pour cela, pour le formateur, de ne pas se placer lui-même comme une référence pour tous, ce qui demande peut-être une formation ou un travail d'équipe.

Le formateur a besoin de « mots pour le dire » - contribuant à outiller sa propre expérience et à reconnaître (au sens noble) celle des autres. Il doit avoir accès aux ressources disponibles, les critiquer et les exploiter en les faisant partager.

Enfin, le formateur a en charge d'élaborer un programme réaliste en dégageant les éléments essentiels pour une formation donnée. Et, là-dessus, chercheurs et formateurs ont encore bien du pain sur la planche – et personne n'est de trop !

Une autre conséquence directe de nos recherches sur les pratiques concerne les modalités des formations, et j'y suis très attachée. Nous suggérons de former en travaillant à partir des pratiques<sup>8</sup>, en respectant la complexité et en comprenant que chaque enseignant a besoin d'adapter ce qui est dit en formation.

Nous pensons aussi que le travail collectif a un rôle essentiel, qu'une certaine durée des formations est nécessaire, et qu'il est indispensable d'aborder les contraintes et les marges de manœuvre de l'enseignant en classe, voire les contradictions.

### **Qu'apporte la didactique dans le domaine des élèves en difficulté ?**

Les recherches les plus prometteuses dans ce domaine sont des recherches pluridisciplinaires engageant des sociologues<sup>9</sup> et des didacticiens par exemple. Ainsi, les sociologues ont trouvé que certains élèves développaient dans leurs activités scolaires un rapport au savoir limitant leur questionnement à la production/reproduction de solutions. Tout se passe comme s'ils étaient étrangers à l'idée de conceptualisation, d'apprentissage conceptuel. Le travail indispensable du didacticien est alors de mettre en évidence un tel rapport au savoir en mathématiques, pour un contenu donné et un élève donné, et de chercher des activités adaptées qui permettent une évolution de ce rapport au savoir. Et il y en a : dans un livre récent, Denis Butlen expose tout un tas de résultats obtenus depuis assez longtemps sur l'enseignement du calcul mental dans des classes difficiles, en fin de primaire et début de collège.

D'autres résultats sociologiques tiennent aux pratiques langagières différentes des enseignants et de certains élèves. Cela

<sup>8</sup> cf Robert A., Grugeon B. et Roditi E. (2007) Diversités des offres de formation et travail du formateur d'enseignant de mathématiques du secondaire in Petit x 74, 60-90

<sup>9</sup> cf. Bautier, Rochex, Bonnery

peut engendrer de véritables malentendus qui peuvent rester ignorés des uns et des autres. Le travail indispensable du didacticien est alors de traquer ces malentendus en mathématiques et de travailler avec les enseignants pour les éviter.

Enfin, les recherches comme celles qu'a présentées M.L. Peltier dans son ouvrage au titre évocateur « Dur, dur d'enseigner en ZEP », ont permis de dégager des alternatives qui sont effectivement choisies par les enseignants confrontés à des classes très difficiles. Cela permet de réfléchir aux contraintes particulières de ce contexte et cela peut avoir des conséquences en formation – un des problèmes récurrents au collège est lié à la difficulté d'organiser des moments collectifs par exemple.

**En écoutant ou en lisant des didacticiens, j'ai eu parfois l'impression qu'ils enfonçaient des portes ouvertes, que leurs expérimentations étaient réfléchies mais leurs conclusions décevantes.**

Heureusement que les conclusions du didacticien semblent naturelles à un enseignant (quelque peu averti en l'occurrence) ! Cela montre bien que les didacticiens ne vivent pas sur la lune. Ce serait autrement ennuyeux si leurs conclusions contredisaient complètement la vision des acteurs de terrain !

Le caractère systématique des recherches en didactique et leur inscription déjà évoquée dans un cadrage théorique permettent de dépasser les expériences singulières et de les intégrer avec une certaine pondération dans un ensemble qui les transcende. On évite beaucoup de réduction à la fois grâce aux analyses systéma-

tiques des contenus et à la prise en compte des variabilités individuelles.

**La didactique possède un vocabulaire, qui peut parfois rebuter. Est-il vraiment utile, ce vocabulaire ?**

Ce vocabulaire est pratique, il pourrait faire partie du bagage professionnel des enseignants de mathématiques. Il n'est pas question d'aller trop vite en imposant trop de notions et donc trop de mots dès le début. On peut concevoir que les chercheurs disposent de certains mots non indispensables aux enseignants.

Mais tout ce qui précède nous semble donner des éléments de réponse à cette question : comprendre les choses est inséparable d'avoir les mots pour le dire.

**Comme toute science, la didactique a évidemment ses limites. Quelles sont-elles à vos yeux ?**

On a déjà évoqué la difficulté d'intégrer le temps long dans des recherches expérimentales.

Une autre difficulté du même ordre tient à la quantité des données à étudier. Actuellement, les recherches en didactiques sont plutôt cliniques (portant sur de petits nombres de cas, classes, élèves ou enseignants) et qualitatives, en France ou ailleurs.

Rappelons-nous cependant l'exemple de PISA : la sophistication des méthodes statistiques utilisées impose des items isolés et simples... Les comparaisons sont donc bien limitées !

Ce sera vraisemblablement par des recherches diverses et complémentaires qu'on arrivera à dépasser les limites actuelles.

NDLR : si cette introduction à la didactique vous a donné envie d'en savoir plus, vous trouverez, sur le site de l'APMEP, en sus des ouvrages mentionnés dans la bibliographie page suivante, une liste d'articles et de documents utiles. Vous pouvez aussi prendre contact avec Aline Robert par mél :  
aline.robert  
@math.uvsq.fr