

Rallye Mathématique

Poitou - Charentes

Épreuve du 17 mars 2015



Vous avez réuni un certain nombre d'informations sur les calendriers, sur la seconde comme unité de temps et vous avez travaillé sur la clepsydre « RégulHeure ». Utilisez maintenant ces informations et le travail que vous avez fait pour réaliser votre dossier sur « Le temps des maths » en répondant aux questions suivantes.

1 Le temps des maths

Les calendriers (15 points)

1) Calendrier grégorien

- Qui l'a mis en place ? Pourquoi ?
- Dans le calendrier grégorien, combien de jours s'écoulent dans un cycle de 400 ans ?
- Sœur Thérèse d'Avila mourut dans la nuit du 4 au 15 octobre 1582 à Alba de Tormes en Espagne. Expliquez ce fait surprenant.

2) Calendrier hégirien

- À quel événement correspond l'année zéro ?
- Quel est le dernier mois de l'année musulmane ? Combien a-t-il de jours ?
- Dans le calendrier hégirien, combien de jours s'écoulent dans un cycle de 30 ans ?
- Le mois de ramadan a débuté le 10 juillet 2013, puis le 29 juin 2014 et débutera le 18 juin 2015. Pourquoi la date de début n'est-elle pas fixe dans notre calendrier grégorien ?
- En quelle année grégorienne de la fin du 20^{ème} siècle, les musulmans ont-ils dû jeûner plus de 40 jours ?

3) Formule de correspondance

Voici un tableau simplifié de correspondance entre les deux calendriers.

Événement	Année hégirienne H	Année grégorienne G
1 ^{er} millénaire hégirien	1 000	1 592
1 ^{er} millénaire grégorien	389	1 000
2 ^{ème} millénaire hégirien	2 000	x
2 ^{ème} millénaire grégorien	y	2 000
Année de coïncidence	z	z

Déterminez les coefficients a et b qui permettent cette correspondance (la formule étant de la forme $G = aH + b$) ; en déduire les valeurs des années x, y et z.

La seconde (10 points)

- Nous célébrons actuellement le centenaire du début de la guerre 14-18. Le 1^{er} août 1914 à 16 h, sonnait le tocsin appelant les hommes à la mobilisation générale. Combien de secondes se sont écoulées depuis cette heure jusqu'à aujourd'hui, 16 h ?
- Proxima du Centaure est l'étoile la plus proche de notre système solaire. Elle est située à 4,242 années-lumière de la Terre. Combien cela représente-t-il de kilomètres ?
- On définit les divisions de la seconde : dixième, centième de seconde utilisés pour les chronométrages en athlétisme, ski alpin..., milliseconde, nanoseconde, picoseconde... En mécanique quantique, les laboratoires mesurent la durée de l'orbite d'un électron autour du noyau de l'atome. Certaines durées sont de l'ordre de 10 attosecondes (une attoseconde étant égale à 10^{-18} seconde). Combien y a-t-il d'attosecondes dans une heure ?

La clepsydre « PyramHeure » (10 points)

Belinda Fram-Héto a retrouvé dans son grenier une vieille clepsydre très abîmée, composée de deux pyramides régulières à base carrée en plastique disposées tête-bêche comme sur la figure ci-contre (Figure 1). La longueur du côté du carré de chaque base est de 12 cm et la hauteur de chaque pyramide est de 8 cm. Deux réglettes AB et CD sont placées suivant la hauteur d'une des faces de chaque pyramide. Elles indiquent le temps écoulé de demi-minute en demi-minute (petites graduations). 0, 1, 2, ... indiquent les minutes.

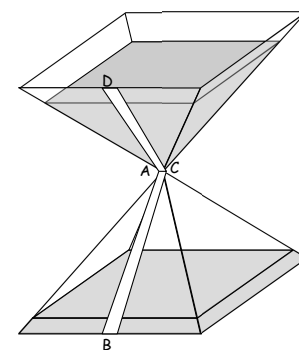


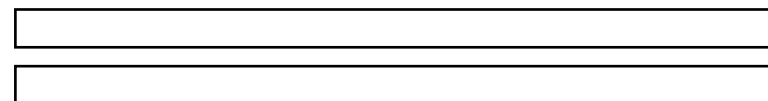
Figure 1

La pyramide supérieure est remplie d'eau au départ et l'eau s'écoule dans la pyramide inférieure avec un débit de 48 cm^3 par minute. Pour recommencer, on retourne la clepsydre. Les réglettes sont très abîmées et les graduations endommagées (Figure 2). Reconstituez les graduations sur chacune des réglettes (Figure 3) en précisant bien les points A, B, C, D.

Figure 2



Figure 3



Vous pouvez essayer de faire une représentation graphique approximative donnant la longueur sur la réglette en fonction du temps d'écoulement.

2 Samedi 23 août (10 points)

En 2014, le 23 août était un samedi. Lorsque le Mister Erwan s'est marié quelques années plus tôt, le 23 août était aussi un samedi. S'il vit jusque-là et toujours avec son épouse, il fêtera ses noces d'or également un samedi.

Quel sera le prochain samedi 23 août ? En quelle année le Mister Erwan s'est-il marié ?

Les noces d'or correspondent à 50 ans de mariage. Le Mister Erwan est né en 1975.

3 Joyeux produits (15 points)

1) Le 19 mars 2013, c'était l'anniversaire à la fois de Cédric et de son fils Évariste. Bizarrement, on trouvait 2013 lorsqu'on multipliait leurs âges. Quel âge avait Cédric à la naissance de son fils ?

2) Le 18 mars 2014, c'était l'anniversaire à la fois d'Émile et de son arrière-petite-fille Emmy. Bizarrement, on trouvait 2014 lorsqu'on multipliait leurs âges. Quel âge avait Émile à la naissance d'Emmy ?

3) Le 17 mars 2015, c'est l'anniversaire à la fois d'Artur et de sa fille Maryam. Bizarrement, on trouve 2015 lorsqu'on multiplie leurs âges. Quel âge avait Artur à la naissance de sa fille ?

4 Pâques (10 points)

D'après les règles établies au 4^{ème} siècle, la fête de Pâques se détermine en fonction de la lunaison. Elle peut varier entre le 22 mars et le 25 avril. La procédure mathématique établie par Gauss est la suivante :

1) On calcule **a**, **b** et **c**, les restes respectifs de la division du millésime de l'année proposée par 19, 4 et 7.

2) **M** et **N** désignent deux variables qui varient très peu et, jusqu'en 2100, valent respectivement 24 et 5.

3) On calcule **d** le reste de la division du nombre $19a + M$ par 30, et **e** le reste de la division du nombre $2b + 4c + 6d + N$ par 7.

4) La date de Pâques est alors : $(22 + d + e)$ mars si $d + e \leq 9$ ou bien $(d + e - 9)$ avril si $d + e > 9$.

Par exemple en 2014 :

1) $2014 = 106 \times 19$, donc **a** = 0 ; $2014 = 503 \times 4 + 2$, donc **b** = 2 ; $2014 = 287 \times 7 + 5$, donc **c** = 5.

2) **M** = 24 et **N** = 5

3) $19a + M = 24$; donc **d** = 24 et $2b + 4c + 6d + N = 173$; donc **e** = 5.

4) Donc **d** + **e** = 29. On se trouve donc dans le second cas et la date de Pâques était en 2014 le 20 avril.

Calculez ainsi les dates de Pâques en 2016 et 2025.

5 En ligne droite ? (15 points)

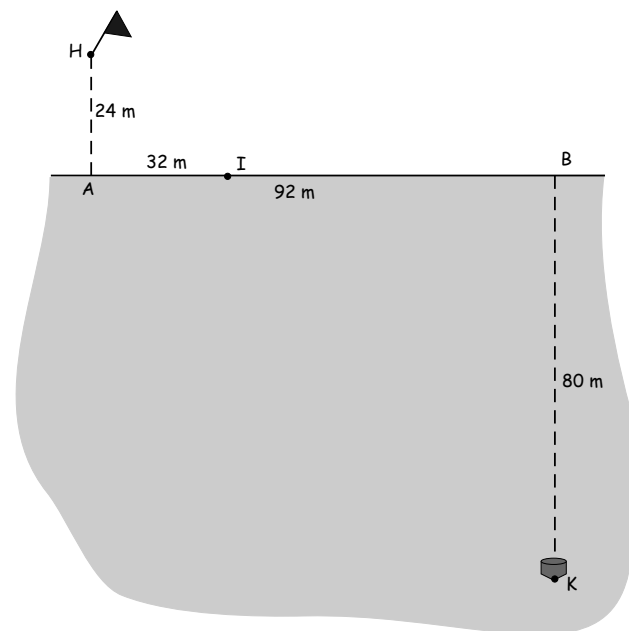
Une course est organisée sur une plage.

Le bord de la plage est rectiligne. A et B sont deux points sur le bord tels que $AB = 92$ m.

Le point de départ H, marqué par un drapeau, est situé sur le sable, sur la perpendiculaire en A à (AB) ; $AH = 24$ m.

Le point d'arrivée K, marqué par une bouée, est situé en mer sur la perpendiculaire en B à (AB) ; $BK = 80$ m.

Najat Toutheur court à 8 km/h sur le sable et nage à 100 m/min en mer.



A-t-elle intérêt, pour aller de H à K le plus rapidement possible :

- à passer par A ?
- à passer par B ?
- à passer par le point I tel que $AI = 32$ m ?
- ou bien à aller en ligne droite ?

1) Donnez le temps en secondes mis pour réaliser chaque trajet.

2) Conclure : quel est le trajet le plus rapide ?

Votre professeur de physique dirait en voyant cette question : « Oui, ça demande réflexion, mais vous entendrez parler un jour de réfraction ! »

6 La grille des produits (15 points)

Retrouvez la place des entiers de 1 à 16 dans cette grille. Vous disposez pour cela des produits de chaque ligne et de chaque colonne qui ont été indiqués sur les côtés de la grille.

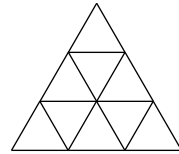
				1080
				4550
				192
				22176
3840	6552	1155	720	

7 (10 points)

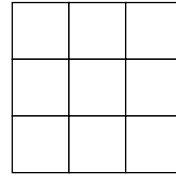
Die Streichhölzer

Alex und Béatrice, die beide über jeweils eine Schachtel mit 100 Streichhölzern verfügen, stellen sich einer Herausforderung.

Alex soll das größtmögliche gleichseitige Dreieck legen, dessen Inneres seinerseits aus gleichseitigen Dreiecken besteht, wie in Figur 1 abgebildet.



Figur 1



Figur 2

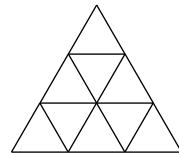
Béatrice soll das größtmögliche Quadrat legen, dessen Inneres seinerseits aus Quadraten besteht, wie in Figur 2 abgebildet.

Welcher der beiden hat mehr Streichhölzer benutzt und wie viele ?

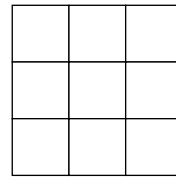
The matches

Alex and Barbra, having each a box of a hundred matches challenge each other.

Alex must do the biggest equilateral triangle possible, the inside being also made of equilateral triangles as shown in picture 1.



Picture 1



Picture 2

Barbra must do the biggest square possible, the inside being also made of squares as shown in picture 2.

Which of them has used the greatest number of matches and what is this number ?

Las cerillas

Alex y Béatrice que disponen cada uno de una caja de cerillas se lanzan un desafío.

Alex tiene que realizar el triángulo equilátero más grande posible, el interior formado también de triángulos equiláteros, como en la figura 1.

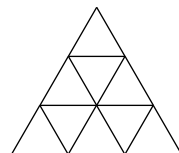


Figura 1

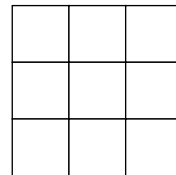


Figura 2

Béatrice tiene que realizar el cuadrado más grande posible, el interior compuesto también de cuadrados como en la figura 2.

¿Cuál de los dos ha utilizado más cerillas y cuántas ?

8 Rouge et noir (10 points)

Une urne contient au départ une boule rouge et une boule noire. On dispose d'un sac contenant des boules rouges et noires (en nombre suffisant). On tire une boule dans l'urne, on la remet dans l'urne avec une boule de la même couleur que l'on prend dans le sac. On fait trois fois de suite cette épreuve. À la fin de ces trois épreuves, l'urne contient cinq boules : des rouges et des noires dont le nombre dépend des tirages successifs. On peut ainsi avoir quatre configurations possibles. Lesquelles ? Quelles sont leurs probabilités ?

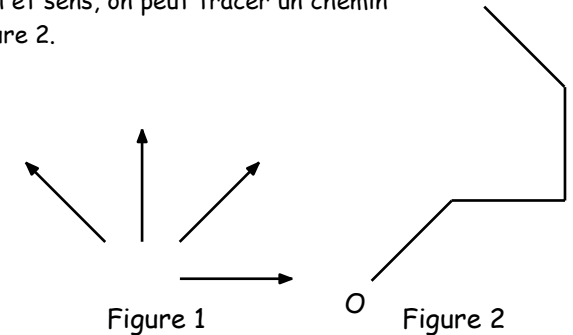
9 La promenade (10 points)

Sur la figure 1, on a quatre flèches (appelées vecteurs en jargon mathématique). Les longueurs sont les mêmes et l'angle entre deux flèches consécutives est de 45° . En partant d'un point O, en mettant les quatre flèches bout à bout, dans un ordre quelconque, en respectant leurs longueur, direction et sens, on peut tracer un chemin comme, par exemple, celui de la figure 2.

1) Combien peut-on tracer de chemins différents ?

2) Tracez tous les chemins possibles à partir d'un même point O sur une feuille annexe que vous joindrez au dossier.

3) Que remarquez-vous ?



Bulletin - réponse

Épreuve du 17 mars 2015



2 Samedi 23 août (10 points)

Le prochain samedi 23 août sera en

Mister Erwan s'est marié en

Quelques explications ;

3 Joyeux produits (15 points)

1) Âge de Cédric : 2) Âge d'Émile : 3) Âge d'Artur :

Quelques explications ;

4 Pâques (10 points)

Date de Pâques en 2016 : Date de Pâques en 2025 :

Quelques explications ;

5 En ligne droite ? (15 points)

1) Temps des différents trajets :

par A : par B :

par I : en ligne droite :

2) Trajet le plus rapide :

Quelques explications ;

6 La grille des produits (15 points)

Complétez la grille ci-contre.

				1080
				4550
				192
				22176
3840	6552	1155	720	

7 Les allumettes (10 points)

Réponse :

.....

Nombre d'allumettes :

Calculs ;

8 Rouge et noir (10 points)

Les quatre configurations possibles :

Leurs probabilités :

Quelques explications ;

9 La promenade (10 points)

Nombre de trajets différents : (Dessinez ces trajets sur une feuille annexe à coller au dos de ce bulletin - réponse).

Vos remarques et vos calculs :