

⌘ Baccalauréat Espagne et Portugal série mathématiques ⌘
juin 1952

I. - 1^{er} sujet.

Inégalités entre les faces d'un trièdre.

I. - 2^e sujet

Produit de deux homothéties en Géométrie plane.

I. - 3^e sujet

Polaire d'un point par rapport à un cercle.

II.

Etant donné un triangle ABC de côtés

$$BC = a, CA = b, AB = c,$$

on désigne par D le pied sur le côté BC de la bissectrice intérieure de l'angle A.

1. On considère un triangle ABC vérifiant la condition

$$(1) \quad \overline{AD}^2 = kBD \cdot DC,$$

dans laquelle k désigne un nombre positif donné.

Montrer que les côtés de ce triangle vérifient la relation

$$b + c = a\sqrt{k+1},$$

et que cette relation exprime une condition suffisante.

2. Connaissant le côté $BC = a$ et l'angle A de l'un des triangles vérifiant la condition (1), calculer les côtés b et c de ce triangle.

Entre quelles limites doit varier l'angle A pour que le problème soit possible?

3. On considère tous les triangles ABC vérifiant la condition (1) et dont les sommets B et C sont deux points fixes donnés tels que $BC = a$.

Montrer que le lieu des sommets A est une ellipse; former l'équation de cette ellipse en prenant BC pour axe des x et la médiatrice du segment BC pour axe des y .

Déterminer sur cette ellipse un point A tel que l'angle \widehat{BAC} ait une valeur donnée et montrer que cette détermination peut se faire par la règle et le compas.

Discuter le problème et retrouver la condition de possibilité obtenue au 2.

4. Construire les triangles ABC vérifiant la condition (1) pour $k = \frac{1}{3}$, ayant leurs sommets B et C donnés et tels que le rayon R du cercle circonscrit ait pour valeur $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Calculer pour chacun de ces triangles les côtés b et c .