Baccalauréat Mathématiques Espagne et Portugal
septembre 1955

I.
1er sujet

Variation et représentation graphique de la fonction

$$y = \frac{4x^2 - 5}{x^2 - 4x + 3}.$$

I.
2e sujet

Résoudre et discuter le système d'équations

$$\left\{\begin{array}{rcr}(2m-3)x - my &=& 3m-2\\ 5x - (2m+3)y &=& 5.\end{array}\right.$$

I.
3e sujet

Progressions géométriques. Définition; calcul du terme de rang n et de la somme des n premiers termes, au moyen du premier terme et de la raison.
Dans quel cas la somme en question admet-elle une limite, lorsque n tend vers l'infini?

II.

Sur un axe $x'\text{O}x$ on considère les points A$'$, A, B d'abscisses $\overline{\text{OA}'} = -a$, $\overline{\text{OA}} = a$, $\overline{\text{OB}} = b$ (a longueur donnée, $b \neq \pm a$).
À tout point M du cercle (O) de diamètre AA$'$ on associe les cercles (ω) et (ω') circonscrits respectivement aux triangles MAB et MA$'$B.

1. Construire les centres ω et ω' des cercles (ω) et (ω').
   Montrer que les droites Oω et Oω' sont perpendiculaires.
   Lorsque M décrit le cercle (O), déterminer les lieux de ω et de ω' ; si H et H$'$ sont les projections de ω et de ω' sur la droite AA$'$, démontrer que le produit $\overline{\text{H}w} \cdot \overline{\text{H}'\omega'}$ reste constant.
2. Quelle est l'enveloppe de la polaire de ω par rapport au cercle (O), quand ω décrit son lieu?
   Déterminer le lieu du point d'intersection des polaires de ω et de ω' par rapport au cercle (O), quand M décrit ce cercle.
3. Montrer que l'enveloppe de la droite $\omega\omega'$ est une conique, dont on indiquera les foyers et les sommets.
   Discuter sa nature, suivant la valeur du rapport $\dfrac{b}{a}$.
4. Démontrer que les cercles (ω) et (ω') sont orthogonaux.
   Déterminer les positions de M pour lesquelles ces deux cercles sont égaux.