

∞ Baccalauréat Espagne et Portugal juin 1957 ∞
Série mathématiques

I. 1^{er} sujet

Variation et représentation graphique de la fonction

$$y = \frac{4x^2 - 5}{x^2 - 4x + 3}.$$

I. 2^e sujet

Résoudre et discuter le système d'équations

$$\begin{cases} (2m-3)x - my = 3m-2, \\ 5x - (2m+3)y = 5, \end{cases}$$

dans lequel m désigne un paramètre variable.

I. 3^e sujet

Dérivée de la racine carrée d'une fonction positive et dérivable.

Application : Dérivée de

$$y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

II.

Sur un axe $x'x$, on choisit une origine O et l'on donne les points A' , A , P d'abscisses respectives

$$3a\overline{OA'} = -a, \quad \overline{OA} = a, \quad \overline{OP} = \frac{3p}{2},$$

a désignant une longueur donnée.

On désigne par (O) le cercle de diamètre $A'A$. À tout point M de ce cercle, on associe les cercles (ω) et (ω') circonscrits respectivement aux triangles MAP et $MA'P$.

1. Lieux géométriques des centres (ω) et (ω') des cercles (ω) et (ω') quand M décrit le cercle (O) en entier.

Démontrer que les droites $O\omega$ et $O\omega'$ sont constamment perpendiculaires.

Si H et H' sont les projections orthogonales de ω et ω' sur $x'x$, montrer que le produit $H\omega \cdot H'\omega'$ est constant et calculer sa valeur.

2. Que peut-on dire de la polaire de ω par rapport au cercle (O) lorsque M décrit ce cercle?

Lieu du point d'intersection des polaires de ω et ω' par rapport au cercle (O) .

Préciser les abscisses des points de ce lieu situés sur $x'x$.

3. Démontrer que les cercles (ω) et (ω') sont constamment orthogonaux :

a. au moyen d'une inversion de pôle P ;

- b.** en établissant, par un raisonnement sur des angles de droites, que, si MT et MT' sont les tangentes en M aux cercles (ω) et (ω') , on a

$$(\text{MT}, \text{MT}') = (\text{MA}, \text{MA}') \quad \text{à } k\pi \text{ près.}$$

En remarquant que $\widehat{\omega P \omega'} = 90^\circ$, déterminer ω de telle manière que les deux cercles (ω) et (ω') soient égaux; quelles sont les positions correspondantes du point M?

- 4.** Trouver l'enveloppe de la droite $\omega\omega'$.

La droite $A'M$ coupant à nouveau en N le cercle de diamètre $\omega\omega'$, trouver le lieu de N. Montrer que la droite ωN reste parallèle à $x'x$. Trouver le lieu de l'intersection I des droites OM et ωN .