Baccalauréat Espagne et Portugal 1950

SÉRIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE

I

1$^{\text{er}}$ sujet - Intersection d'une droite et d'une ellipse.

2$^{\text{e}}$ sujet. - Projection stéréographique.

3$^{\text{e}}$ sujet - Ellipse considérée comme projection orthogonale d'un cercle.

II

Le plan étant rapporté à deux axes rectangulaires $x'\text{O}x$, $y'\text{O}y$, on marque sur $y'\text{O}y$ le point fixe A d'ordonnée OA $= h$. On considère un triangle variable T dont A est un sommet, dont l'axe $x'\text{O}x$ porte le côté BC, et qui reste tel que le cercle circonscrit admet constamment la droite $y'\text{O}y$ pour tangente en A.

1. Que peut-on dire de l'orthocentre H du triangle T ?
   Trouver et limiter le lieu de son centre de gravité.
   Examiner comment varie le cercle passant par les milieux de ses trois côtés.
2. On projette orthogonalement le point A en K, K$'$ et en L, L$'$ sur les bissectrices intérieures et extérieures des angles B et C du triangle T.
   Montrer que les quatre points K, K$'$, L, L$'$ sont situés sur une même droite et que cette droite reste fixe lorsque le triangle T varie dans les conditions indiquées.
   En déduire l'enveloppe des quatre bissectrices.
3. Montrer qu'il existe un cercle fixe (S) tel que chaque sommet du triangle T admet constamment pour polaire par rapport à (S) le côté opposé ; trouver le centre du cercle (S) et calculer son rayon.
4. Quelle relation indépendante de h vérifient constamment les longueurs
   BC $= a$, CA $= b$, AB $= c$ des trois côtés du triangle T ? (On pourra supposer $b > c$.)