Baccalauréat Série mathématiques
Espagne et Portugal juin 1958

EXERCICE 1

1$^{\text{er}}$ sujet. - Résoudre et discuter l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c$$

(une seule méthode est demandée).
Application : Résoudre l'équation

$$\cos 3x + \sin 3x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

2$^{\text{e}}$ sujet. - Limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ lorsque x tend vers zéro.
Dérivée de la fonction $y = \sin x$ (on supposera x exprimé en radians).

3$^{\text{e}}$ sujet. - L'arc x étant un arc variable exprimé en radians, étude des fonctions tg x et cotg x. Dérivées de ces fonctions. Représentation graphique.

EXERCICE 2

Soient (P) une parabole fixe, de foyer F, de sommet S, de paramètre p, et M un point fixe situé sur (P).

1. Déterminer les lieux géométriques du second foyer F$'$ et du centre O des coniques (C) de foyer F et tangentes en M à la parabole (P).

   Distinguer sur ces lieux les parties correspondant à des ellipses de celles correspondant à des hyperboles.

   Quelle est l'enveloppe de l'axe non focal de ces coniques ?
2. Montrer que les directrices des coniques (C) relatives au foyer F passent par un point fixe.
3. Soit d la distance du point M à l'axe de symétrie de (P) ; soit O$'$ la projection orthogonale de O sur ce même axe. Cet axe étant orienté positivement de S vers F, on pose $\overline{\text{SO}}' = x$. Calculer en fonction de x, d et p le carré y de l'excentricité de (C).

   Étudier et représenter graphiquement les variations de y en fonction de x.

   Préciser les abscisses des points remarquables de la courbe représentative ; à quelles positions de O correspondent-elles ?
4. Discuter, suivant les valeurs de e, l'existence et le nombre des coniques (C) d'excentricité e donnée.

   Dans le cas où il existe deux coniques (C) d'excentricité e, montrer que leurs centres restent conjugués harmoniques par rapport à deux points fixes lorsque e varie.