

**∞ Baccalauréat Série mathématiques ∞**  
**Espagne et Portugal juin 1958**

**EXERCICE I**

1<sup>er</sup> sujet. -

Démontrer que deux figures données d'un même plan, directement égales, peuvent être déduites l'une de l'autre soit par une rotation, soit par une translation.

2<sup>e</sup> sujet. -

Produit de deux homothéties.

3<sup>e</sup> sujet. -

Deux cercles étant donnés dans un plan, étudier les inversions qui les transforment l'un dans l'autre. On en fera une étude détaillée selon la position relative des deux cercles.

**EXERCICE II**

Soient  $D_1$  et  $\Delta_1$  deux droites fixes se coupant en  $O$  et telles que l'angle de droites  $(D_1, \Delta_1) = \alpha$  (à  $k\pi$  près).

Deux droites variables  $D$  et  $D'$ , situées dans le même plan que  $D_1$  et  $\Delta_1$ , se coupent en un point fixe donné  $P$  non situé sur  $D_1$  ou  $\Delta_1$  et font entre elles un angle constant  $(D, D') = \beta$  (à  $k\pi$  près). On appelle  $M$  le point d'intersection de  $D$  et  $D_1$ ,  $N$  le point d'intersection de  $D'$  et  $\Delta_1$ ,  $A$ ,  $B$  et  $I$  les projections orthogonales de  $P$  respectivement sur  $D_1$ ,  $\Delta_1$  et la droite  $MN$ .

1. Démontrer que les cercles circonscrits aux triangles  $PAI$  et  $PBI$  se coupent sous un angle constant.
2. Calculer l'angle  $(IA, IB)$  et en déduire le lieu géométrique du point  $I$ .
3. Trouver l'enveloppe de la droite  $MN$ . Montrer que cette courbe est tangente à  $D_1$  et  $\Delta_1$ . Quel rôle joue  $P$  pour cette courbe?
4. Quelle relation doit exister entre  $\alpha$  et  $\beta$  pour que cette enveloppe soit une parabole?
5. Quelle relation doit exister entre  $\alpha$  et  $\beta$  et où doit se trouver  $P$  pour que cette enveloppe soit un cercle?