∽ Baccalauréat Espagne–Portugal septembre 1952 ∾
série mathématiques

I. - 1^er^ sujet.

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

I. - 2^e^ sujet

Limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ quand x tend vers zéro ; dérivée de $\sin x$.

I. - 3^e^ sujet

Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés ; discussion.

II.

On donne un cercle (C), de centre 0 et de rayon R, et deux points I, I$'$ intérieurs au cercle et symétriques par rapport à son centre ; on pose OI = OI$'$ = d.
Deux demi-droites variables IM, I$'$M$'$, constamment parallèles et de même sens, coupent respectivement en M et M$'$ le cercle (C) ; on désigne par P le point d'intersection des tan- gentes en M et M$'$ à ce cercle.

1. Montrer que l'enveloppe de la droite MM$'$ est une ellipse CE), que l'on déterminera avec précision.
2. La perpendiculaire issue du point P à la droite II$'$ coupe cette droite en H, la droite MM$'$ en Q et le cercle (C) en K et K$'$ (K sera pris du côté de P par rapport à II$'$).
   Déterminer le pôle Q$'$ de la droite PH par rapport au cercle (C).
   Montrer que Q est le point de contact de la droite MM$'$ avec son enveloppe.
3. Établir l'égalité des rapports $\dfrac{\overline{\text{HP}}}{\overline{\text{HK}}}$, $\dfrac{\overline{\text{HK}}}{\overline{\text{HQ}}}$ et calculer en en fonction de R et d la valeur commune de ces rapports.
   En déduire le lieu du point P.
   Donner une construction simple de la tangente en P à ce lieu.
4. Les demi-droites IM, I$'$M$'$ coupent respectivement l'ellipse (E) en T et T$'$; soit S le point d'intersection des tangentes à l'ellipse en ces deux points.
   Trouver le lieu géométrique du point S.