

∞ Baccalauréat États associés<sup>1</sup> juin 1956 ∞  
Série mathématiques et mathématiques et technique

I.

1<sup>er</sup> sujet

Établir entre les éléments d'un triangle l'un des ensembles de relations appelé système fondamental. Étudier la réciproque.

I.

2<sup>e</sup> sujet

Résoudre l'équation trigonométrique

$$\sqrt{3}\cos x - \sin x + \sqrt{2} = 0.$$

I.

3<sup>e</sup> sujet

Dérivées des fonctions  $\cos(\omega t + \varphi)$  et  $\sin(\omega t + \varphi)$ .

II.

On considère dans un plan deux points fixes A et B et un point variable M. La perpendiculaire en A à MA et la perpendiculaire en B à MB se coupent en un point M', que l'on appellera l'associé du point M.

1. La construction de l'associé M' du point M est-elle possible quelle que soit la position de M? Quel est le lieu de l'associé M' du point M lorsque ce dernier décrit :
  - a. une droite passant par A (ou par B) ;
  - b. une droite perpendiculaire à AB?Les droites MA et M'B se coupent en P. Quel est l'associé P' du point P?
2. Quel est le lieu de l'associé M' du point M lorsque ce dernier décrit un cercle (C) passant par A et B?

Soient I le pôle de la droite AB par rapport à (C) et S le point d'intersection des droites MM' et AB.

Quelle est la polaire de S par rapport à (C)?

Sur quelle courbe se déplacent les points P et P' définis au 1. lorsque M décrit (C)?

Préciser la position de cette courbe par rapport à (C). Quelles sont les enveloppes des côtés du triangle PP'S?
3. On considère deux cercles orthogonaux, (C) et (C'), se coupant en A et B. Soit P un point variable de (C').

Les droites PA et PB recourent respectivement le cercle (C) en M et M'.

Quelle est la position de la droite MM' par rapport à (C)?

Quel est le lieu de l'orthocentre du triangle PMM' quand P décrit (C')?
4. On reprend les hypothèses et les notations du 2. et l'on considère l'inversion de pôle I qui conserve le cercle (C).

Quel est l'inverse (Γ) de la droite AB?

Quel est le rôle de (Γ) dans chacun des quatre triangles ayant pour sommets trois des quatre points M, M', P, P'?Quels sont les lieux des centres des cercles circonscrits à ces quatre triangles lorsque M décrit (C)?

---

1. et New York