

## ☞ Baccalauréat C Éthiopie février 1960 ☞

I. - 1<sup>er</sup> sujet

Résoudre et discuter par deux méthodes l'équation

$$a \cos x + b \sin x = c,$$

où les coefficients  $a, b, c$  sont supposés tous trois non nuls.

I. - 2<sup>e</sup> sujet

Calculer la dérivée de

$$y = \sqrt{u},$$

où  $u$  est une fonction donnée de la variable  $x$ .

(On aura soin de préciser les hypothèses qui rendent ce calcul valable.)

I. - 3<sup>e</sup> sujet

Produit de deux homothéties.

II.

1. Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{3x^2}{3x^2 + 2x - 1}$$

Construire la courbe représentative ( $C$ ) par rapport à un système d'axes rectangulaires (asymptotes; point d'intersection, A, de la courbe avec son asymptote parallèle à  $x'x$ ; tangente en ce point).

2. Soit D la droite d'équation  $y = k$ , où  $k$  désigne un nombre algébrique donné.

Étudier, suivant la valeur de  $k$ , le nombre de points communs à D et ( $C$ ), d'abord d'après le graphique, ensuite par le calcul.

$k$  étant choisi de telle façon que D et ( $C$ ) aient deux points communs,  $M$  et  $M'$ , et  $H$  et  $H'$  étant leurs projections sur l'axe des  $x$ , démontrer que le cercle ( $\Gamma$ ) de diamètre  $HH'$  appartient, quel que soit  $k$ , à un même faisceau (F), à points limites, ces derniers étant les projections sur l'axe des  $x$  des points de ( $C$ ) où la tangente a une pente nulle.

Que devient le cercle ( $\Gamma$ ) quand  $k$  tend vers l'infini?

Vérifier que l'axe radical du faisceau (F) passe par le point A. Ce fait pouvait-il être prévu?

3. Soit  $\Delta$  la droite d'équation  $y = mx$ , où  $m$  désigne un nombre algébrique donné.

Montrer que  $\Delta$  et ( $C$ ) ont, en général, en dehors du point O, deux points communs,  $P$  et  $P'$ .

Démontrer que,  $N$  et  $N'$  étant les projections de ces points sur l'axe des  $x$ , la puissance du point O par rapport au cercle ( $\gamma$ ) de diamètre  $NN'$  a une valeur indépendante de  $m$ .

En conclure que le cercle ( $\gamma$ ) appartient, quel que soit  $m$ , à un même faisceau, ( $\Phi$ ), à points de base.

Que devient le cercle ( $\gamma$ ) quand  $m$  tend vers l'infini?

En déduire l'existence d'un cercle commun aux faisceaux (F) et ( $\Phi$ ). Peuvent-ils en avoir d'autres?

4. Calculer, en fonction de  $m$ , les coordonnées du point  $\varphi$  ou la polaire du point O par rapport à ( $\gamma$ ) coupe  $\Delta$ . En déduire l'équation du lieu de ce point.

Ce lieu est une courbe (L) ayant deux asymptotes, que l'on déterminera.

Construire celle des branches de cette courbe qui passe par le point O.