Baccalauréat STT C.G.–I.G.
Centres étrangers juin 1999

Exercice 1 **5 points**

Un établissement scolaire compte 240 élèves en terminale STT, parmi lesquels il y a 130 internes.
Ces élèves sont répartis entre 3 spécialités : ACC, ACA, CG.
Il y a 66 élèves en ACA.
30 % des élèves sont en ACC, dont 40 internes. 25 % des élèves sont des internes de CG.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	ACA	ACC	CG	Total
Internes				130
Externes				
Total	66			240

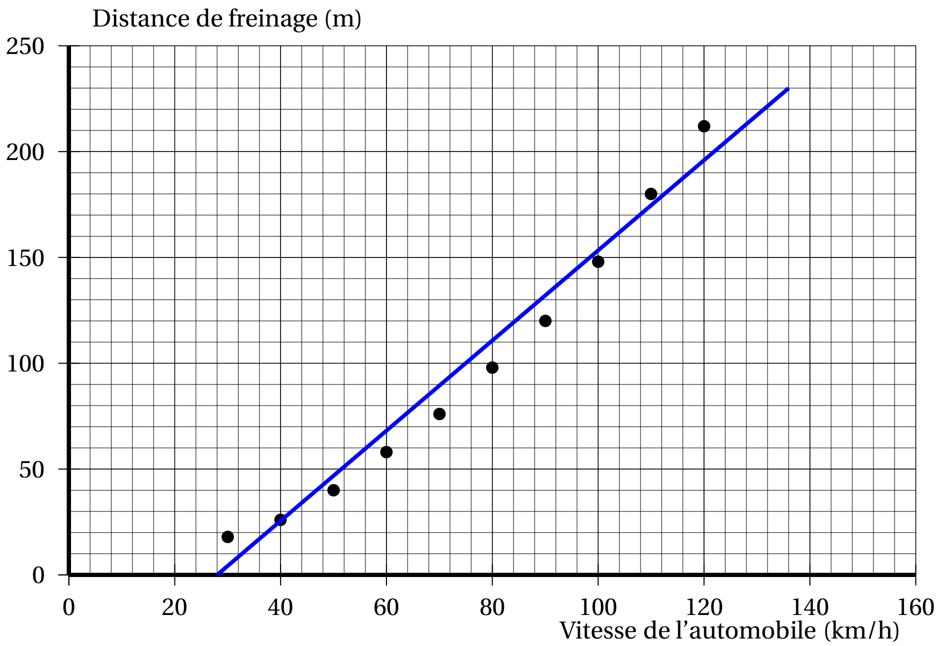
2. Dans cette question, les réponses seront données à 10^{-3} près.
   a. Un élève est choisi au hasard parmi les 240 élèves de STT. Quelle est la probabilité de chacun des évènements suivants :
   E_1 : « L'élève suit la spécialité ACA ».
   E_2 : « L'élève est externe ».
   E_3 : « L'élève est externe et suit la spécialité ACA ».
   E_4 : « L'élève ne suit pas la spécialité CG ».
   b. Calculer $p(E_1 \cap E_2)$.
3. Au baccalauréat, parmi ces 240 élèves, 80 % des internes et 70 % des externes ont été reçus.
   Quel est le pourcentage de réussite pour l'ensemble des 240 élèves ? (On donnera le résultat à 0,1 % près.)

Exercice 2 **5 points**

Introduction :
Le tableau suivant donne la distance de freinage nécessaire à une automobile circulant sur une route humide pour s'arrêter.

Vitesse de l'automobile x_i, en km/h	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Distance de freinage d_i en mètres		18	26	40	58	76	98	120	148	180 212

Cette série statistique est représentée ci-dessous par un nuage de points, que l'on a ajusté graphiquement par une droite.



On se propose d'améliorer cet ajustement.
Pour cela, on considère le tableau statistique suivant, où x_i désigne la vitesse de l'automobile et y_i la racine carrée de la distance de freinage :

x_i	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$y_i = \sqrt{d_i}$	4,24	5,10	6,32	7,62	8,72	9,90	10,95	12,17	13,42	14,56

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal, avec pour unités graphiques :
   en abscisse 1 cm pour 10 km/h ;
   en ordonnée 1 cm pour une unité.
2. On appelle G_1 le point moyen des 5 premiers points de ce nuage et G_2 le point moyen des 5 derniers points.
   a. Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2.
   b. Démontrer qu'une équation de la droite (G_1G_2), est $y = 0,116x + 0,6$.
   c. Tracer cette droite sur le graphique précédent.
3. **a.** En utilisant l'équation de la droite (G_1G_2), déterminer une estimation de y si la vitesse de l'automobile était de 140 km/h.
   En déduire la distance de freinage, à 1 m près, correspondant à cette vitesse.
   b. À l'aide de la droite d'ajustement de la figure de l'introduction, estimer graphiquement la distance de freinage à 140 km/h.

Problème **10 points**

On considère la fonction f, définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}.$$

On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
2. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
3. **a.** Démontrer que, pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$, on a $f'(x) = -\dfrac{\ln x}{x^2}$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$.
   En déduire le tableau de variation de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de $(\mathscr{C})$ avec l'axe des abscisses.
5. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$.
6. Soit F la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$F(x) = \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2.$$

   a. Montrer que F est une primitive de f.

   b. Calculer $I = \displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ (on donnera la valeur exacte de I en fonction de $\ln 2$).
   En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,4]$.