

# Étranger<sup>1</sup> juin 1962

## SÉRIE MATHÉMATIQUES

### I

Étudier la fonction

$$y = 1 + \operatorname{tg}^2 3x.$$

Quelle est sa période?

Quelles sont les valeurs de  $x$  qui annulent sa dérivée?

Calculer l'aire comprise entre la courbe, l'axe  $x'x$  et les droites  $x = \frac{\pi}{4}$  et  $x = \frac{\pi}{3}$ .

### II Géométrie descriptive :

Mener d'un point situé dans le deuxième plan bissecteur une perpendiculaire à un plan donné par ses traces.

Expliquer la méthode employée et donner une épure indiquant clairement les constructions nécessaires.

On déterminera le pied de la perpendiculaire sur le plan.

### III

Dans un plan, on considère trois points, A, B et O, sur la droite  $x'x$  et le faisceau de cercles tangents en O à  $x'x$ ; soit (F) ce faisceau.

Les tangentes menées de A et de B à chacun des cercles du faisceau se coupent en M.

1. Démontrer que le lieu géométrique (c'est-à-dire l'ensemble des positions) de M est sur une conique de foyers A et B.

Discuter le genre de la conique et préciser le lieu de M, suivant la disposition relative des points A et B par rapport à O.

Examiner le cas où O est le milieu de AB, le cas où l'un des points A et B est à l'infini.

2. O étant entre A et B, déterminer les cercles (C) du faisceau (F) pour lesquels M est à l'infini.

En déduire une construction des asymptotes d'une hyperbole dont sont connus les foyers et les sommets.

3. Montrer que, lorsque M est sur une parabole, la tangente en M passe par le centre du cercle (I) du faisceau (F) qui détermine le point M et que la polaire de M par rapport au cercle (I) passe par un point fixe de  $x'x$ .

4. En déduire une construction simple de l'intersection d'une parabole et d'une droite, lorsque celle-ci est parallèle à l'axe, ou passe par le foyer, ou passe par le sommet de la parabole.

---

1. Côte d'Ivoire, Haute-Volta, Niger, Grèce, Tunisie, Turquie