Mercredi 25 novembre 2015
Journée régionale de l'APMEP

Introduction à l'algorithmique dans le cas général et dans le cadre de la réforme du collège. Exercices et applications.

François PETIT
Enseignant au collège Gérard Philipe (PESSAC)
Membre du groupe IREM Algorithmique

Plan de la présentation

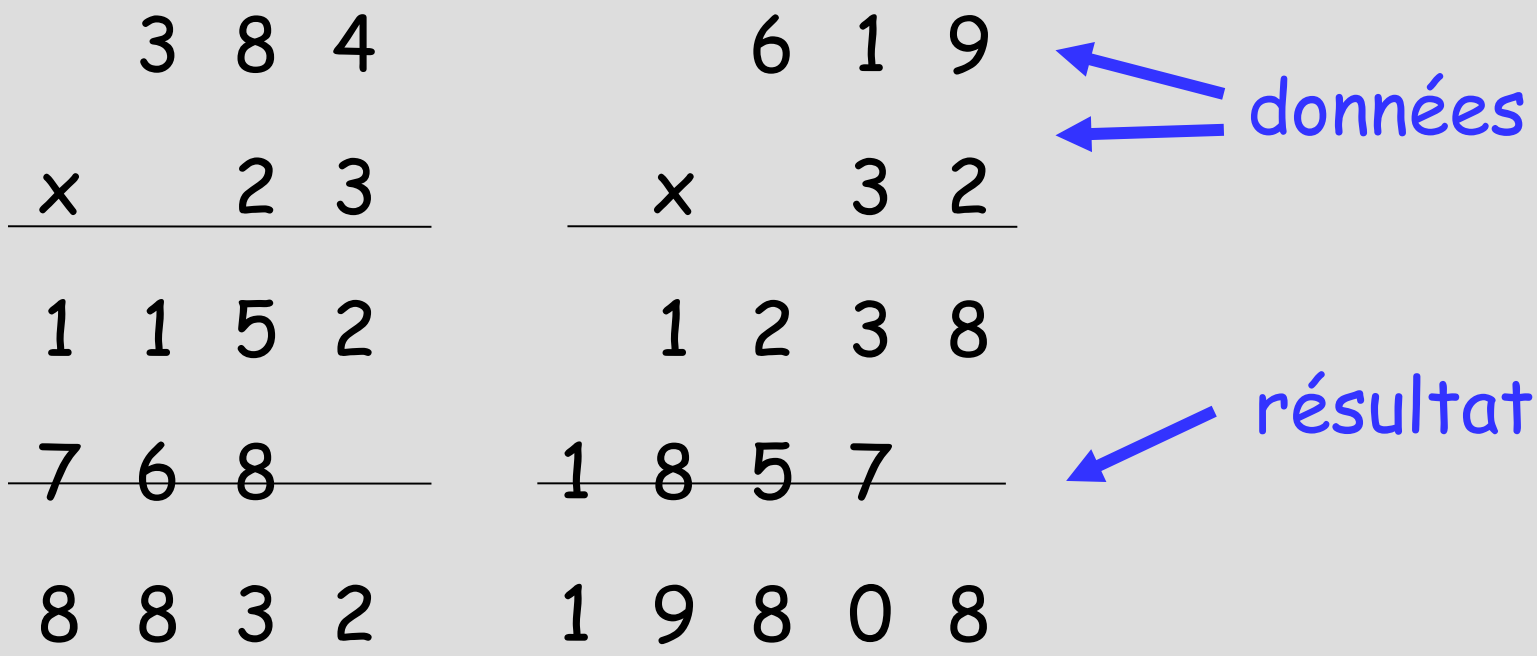
- Introduction
- Notion algorithmique de base
- Les notions du programme de collège
- Exemple de mise en œuvre à l'aide d'outils logiciels (algorithmique, programmation)
- Quelques illustrations

Première partie

Introduction

Qu'est-ce qu'un algorithme ?

Un algorithme décrit un ***enchaînement*** d'opérations permettant, en un temps ***fini***, de ***résoudre*** un problème donné.



Un algorithme produit ainsi un **résultat** *dépendant des* **données** *du problème.*

Un premier exemple

Résolution d'une équation du 2nd degré de la forme

$$ax^2 + bx + c = 0$$

(données du problème : **a**, **b** et **c**)

1. je calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$
2. trois cas à considérer :
   - α. $\Delta < 0$: pas de solution
   - β. $\Delta = 0$: une solution double, $x = -b / 2a$
   - χ. $\Delta > 0$: deux solutions,

     $x_1 = (-b + \text{racine}(\Delta)) / 2a$

     $x_2 = (-b - \text{racine}(\Delta)) / 2a$

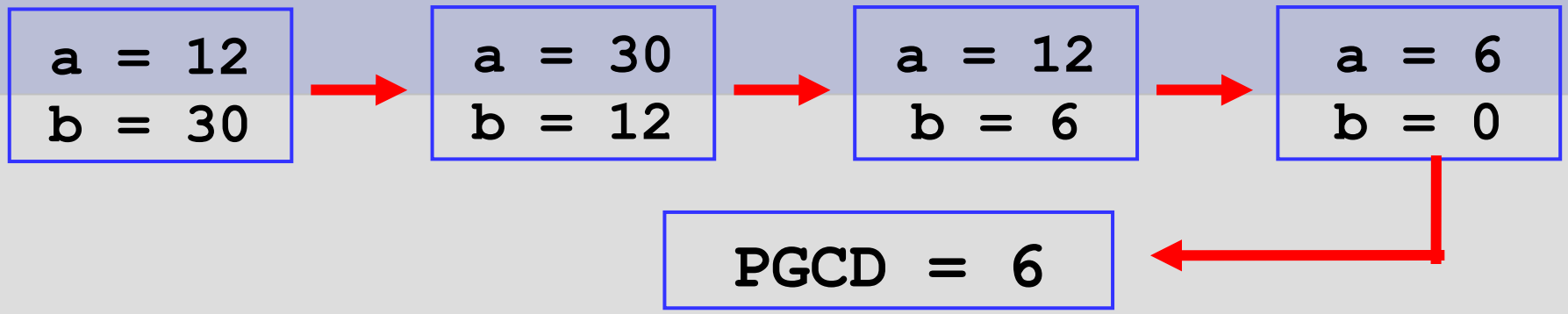
Un deuxième exemple

Algorithme d'Euclide : déterminer le PGCD de deux entiers positifs **a** et **b** (données du problème)

Basé sur les propriétés suivantes :

- **PGCD(a,0) = a**
- **si b ≠ 0, PGCD(a,b) = PGCD(b, a mod b)**

Un deuxième exemple



1. si `b = 0`, le `PGCD` vaut `a`
2. dans le cas contraire, remplacer `a` par `b`, et `b` par (`a mod b`) , puis recommencer en 1.

Cette séquence se répète tant que l'égalité `b = 0` *ne se produit pas…*

Caractéristiques d'un algorithme

L'expression des algorithmes nécessite l'utilisation d'un ***langage*** (convention d'écriture) rigoureux, structuré, compréhensible et non ambigu.

Il n'existe pas de langage normalisé à ce niveau, mais les conventions adoptées sont suffisamment similaires pour être comprises de tous…

Caractéristiques d'un algorithme

On s'attend à ce qu'un algorithme soit ***correct*** (le résultat obtenu est correct) et se termine ***en un temps fini***.

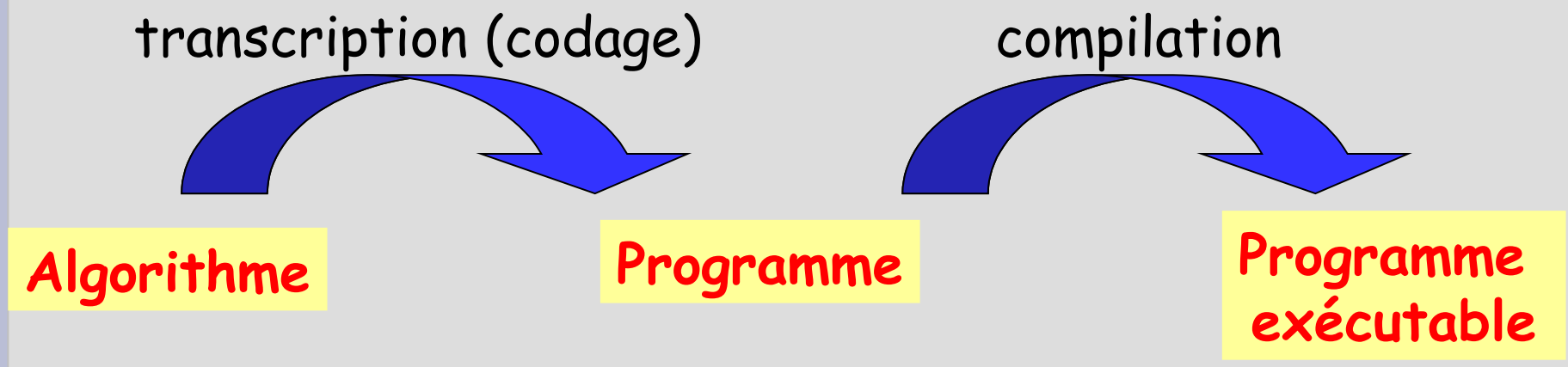
*Ces deux propriétés, **correction** et **terminaison**, sont souvent « prouvables » mathématiquement…*

… sans négliger le **temps de calcul** nécessaire…

*On parle de **complexité** de l'algorithme…*

Algorithmique et programmation

Un algorithme peut être ***transcrit*** dans un langage de programmation, afin d'être ***exécuté*** par une machine.



Algorithmique et programmation

Tout algorithme doit être ***universel***, c'est-à-dire être indépendant du langage de programmation dans lequel il sera transcrit.

(cf. l'algorithme d'Euclide, III^{e} s. av. J.C. !...)

Remarque fondamentale…

On ne peut concevoir un algorithme pour résoudre un problème donné que si l'on connaît soi-même une méthode permettant de le résoudre !...

Ainsi, au collège, l'enseignement de l'algorithmique se doit **d'accompagner** *l'enseignement des mathématiques…*

Deuxième partie

Les notions du programme du collège

Contributions essentielles au DOMAINE 4 du socle commun

Mathématiques Physique-Chimie Sciences de la vie et de la Terre Technologie

S’exercer au raisonnement inductif et déductif par la résolution de problèmes, les démarches d'essais-erreurs, de conjecture et de validation ; s’exercer au raisonnement logique par le calcul numérique ou littéral, la géométrie et **l'algorithmique**. S'initier à la démonstration mathématique.

Contributions essentielles au DOMAINE 3 du socle commun

- organisation et gestion de données , fonctions ;
- nombres et calculs ;
- géométrie ;
- grandeurs et mesures ;
- **algorithmique et programmation.**

Contributions essentielles au DOMAINE 3 du socle commun

Thème A -: ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

Attendu de fin de cycle

- Programmer des algorithmes simples en lien avec les fonctions
- Notion de variable, en lien avec l'algorithmique et le calcul littéral

Contributions essentielles au DOMAINE 3 du socle commun

Thème B – NOMBRES ET CALCULS

Attendu de fin de cycle

pour illustrer la notion de variable mathématique

- Modéliser un problème en vue de sa résolution
- Utiliser un tableur,
- programmer un algorithme,

Contributions essentielles au DOMAINE 3 du socle commun

Thème E – ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Attendu de fin de cycle

- Analyser un problème complexe,
- Définir des sous-problèmes,
- Définir des étapes de résolution
- Reconnaître des configurations récurrentes,
- Mettre en évidence des interactions
- Traduire un algorithme dans un langage de programmation

Contributions essentielles au DOMAINE 3 du socle commun

Thème E – ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Attendu de fin de cycle

- Notion de variable informatique
- Séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles
- Gestion d'événements déclenchés par le clavier, la souris, etc.
- Déclenchement de plusieurs séries d'instructions en parallèle
- [4e-3e] Échange de messages entre objets, événements liés au déplacement d'un objet, clonage d'un objet

Troisième partie

Éléments de base de l'algorithmique

- La notion de variable, l'opération d'affectation

  manipulation des données (calculs)

- Les opérations d'entrée-sortie

  récupération des données,

  affichage des résultats

Éléments de base de l'algorithmique

- Les structures conditionnelles

  traitements alternatifs selon une condition

- Les structures répétitives

  répétition d'une séquence d'opérations

La notion de variable

Ces objets sont appelés des ***variables***. Chaque variable possède :

- un nom (***identificateur***), permettant de la désigner sans ambiguïté dans l'algorithme,
- une ***valeur*** (on parle de contenu de la variable),
- un ***type*** (entier, caractère, …), déterminant l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable et l'ensemble des opérations qui lui sont applicables.

La notion de variable

Représentation graphique usuelle :

Une variable ***entière*** de nom ***y*** ayant pour valeur ***384***…

Une variable ne peut avoir qu'une seule valeur.

Ainsi, si l'on modifie la valeur d'une variable, son ancienne valeur est perdue (« écrasée » par la nouvelle).

La notion de variable

Toutes les variables manipulées par un algorithme doivent être ***déclarées***, ce qui permet de préciser leur ***nom*** et leur ***type***.

```
Algorithme Exemple1
# cet algorithme illustre la déclaration de variables
variables
   Y : entier naturel
   réponse : caractère
début
   …
fin
```

L'opération d'affectation

L'opération d'affectation permet de ***donner une valeur*** à une variable (l'ancienne valeur, si elle existait, est remplacée par la nouvelle valeur).

Format général (syntaxe) :

`<nom_variable>` ← `<expression>`

L'opération d'affectation

- l'expression est évaluée, puis sa valeur est rangée dans la variable
- la variable et l'expression doivent avoir des types compatibles

`A ← 14`	la variable `A` reçoit la valeur `14`
`B ← A+5`	la variable `B` reçoit la valeur `19`

Les opérations d'entrée-sortie

Les opérations d'entrée-sortie permettent de communiquer avec l'utilisateur : ***récupérer la valeur*** de variables (e. g. les données du problème) ou ***afficher la valeur*** d'expressions (e. g. les résultats de l'algorithme).

Les opérations d'entrée-sortie

Format général (syntaxe) :

```
Entrer ( <liste_de_variables> )
Afficher ( <liste_d_expressions> )
```

```
Entrer (A, B)
Afficher ( "La somme vaut", A+B )
```

Les structures conditionnelles

La structure ***Si-Alors-Sinon*** permet de réaliser telle ou telle séquence d'opérations ***selon la valeur d'une condition*** (expression logique, dont l'évaluation donne la valeur VRAI ou FAUX).

Les structures conditionnelles

Format général (syntaxe) :

```
Si (<condition>)
Alors …
Sinon …
Fin_Si
```

ou

```
Si (<condition>)
Alors …
Fin_Si
```

Les structures conditionnelles

Exemple.

Calcul de la valeur absolue d'un entier relatif

```
Algorithme ValeurAbsolue
# cet algorithme calcule la valeur absolue d'un
# entier relatif
variables
   X : entier relatif
   absX : entier naturel
début
   Entrer (X)
   Si ( X ≥ 0 )
   Alors absX ← X
   Sinon absX ← -X
   Fin_Si
   Afficher (absX)
fin
```

Les structures répétitives (boucle Pour)

La boucle ***Pour*** permet de ***répéter*** une séquence d'opérations en faisant ***varier automatiquement*** une variable (appelée ***variable de boucle***). Cette variable de boucle prendra successivement toutes les valeurs d'un ***intervalle*** fixé.

Les structures répétitives (boucle Pour)

Format général (syntaxe) :

```
Pour <variable> de <expr1> à <expr2>
Faire …
Fin_Pour
```

Les structures répétitives (boucle Pour)

Exemple.

Affichage de la « table de 8 »

```
Algorithme TableDe8
# cet algorithme affiche la table de
# multiplication par 8
variables
    I : entier naturel
début
    Pour I de 1 à 10
    Faire
        Afficher ( I, " x ", 8, " = ", 8*I )
    Fin_Pour
fin
```

Affichage obtenu

1 x 8 = 8
2 x 8 = 16
3 x 8 = 24
4 x 8 = 32
5 x 8 = 40
6 x 8 = 48
7 x 8 = 56
8 x 8 = 64
9 x 8 = 72
10 x 8 = 80

Les structures répétitives (boucle Tantque)

La boucle ***Tantque*** permet de ***répéter*** une séquence d'opérations tant qu'une condition est vérifiée (c'est-à-dire tant que son évaluation retourne la valeur VRAI).

Les structures répétitives (boucle Tantque)

Format général (syntaxe) :

```
Tantque (<condition>)
Faire …
Fin_Tantque
```

Attention : mal maîtrisée, cette structure peut conduire à un algorithme qui « boucle » indéfiniment (si la condition ne retourne jamais la valeur FAUX).

Les structures répétitives (boucle Tantque)

Exemple.

Calcul du premier multiple de 11 supérieur à 134

```
Algorithme PremierMultipleDe11SupérieurA134
# cet algorithme calcule le premier multiple de 11
# supérieur à 134
variables
   multiple : entier naturel
début
   multiple = 0
   Tantque ( multiple ≤ 134 )
   Faire multiple ← multiple + 11
   Fin_Tantque
   Afficher ( multiple )
fin
```

« Faire tourner » un algorithme à la main

Intérêt.

- comprendre ce que fait un algorithme
- vérifier qu'un algorithme conçu est correct, et éventuellement le corriger…

Exemple.

Déterminer si un entier N est parfait

(égal à la somme de ses diviseurs stricts)

Ainsi…

- 6 est parfait : 1 + 2 + 3 = 6
- 14 n'est pas parfait : 1 + 2 + 7 = 10 ≠ 14
- 28 est parfait : 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28

« Faire tourner » un algorithme à la main

```
Algorithme EntierParfait
# cet algorithme détermine si un entier N est parfait
variables
   N, diviseur, somme : entiers naturels
début
   Entrer (N)
   somme ← 0
   Pour diviseur de 1 à (N div 2)
   Faire
      Si (N mod diviseur = 0)
          Alors Somme ← Somme + diviseur
      Fin_Si
   Fin_Pour
   Si (N = Somme)
       Alors   Afficher (N, " est parfait ")
   Sinon Afficher (N, " n'est pas parfait ")
   Fin_Si
fin
```

« Fair … main

```
somme ← 0
Pour diviseur de 1 à (N div 2)
Faire
    Si (N mod diviseur = 0)
    Alors Somme ← Somme + diviseur
    Fin_Si
Fin_Pour
```

opération	N	diviseur	somme
Entrer (N)	8	?	?
somme ← 0			0
(Pour) diviseur ← 1		1	
N mod diviseur = 0 ? oui			
Somme ← Somme + diviseur			1

« Fai ... main

```
somme ← 0
Pour diviseur de 1 à (N div 2)
Faire
    Si (N mod diviseur = 0)
    Alors Somme ← Somme + diviseur
    Fin_Si
Fin_Pour
```

opération	N	diviseur	somme
	8	1	1
(Pour) diviseur ← 2		2	
N mod diviseur = 0 ? oui			
Somme ← Somme + diviseur			3
(Pour) diviseur ← 3		3	

« Fai … main

```
somme ← 0
Pour diviseur de 1 à (N div 2)
Faire
    Si (N mod diviseur = 0)
    Alors Somme ← Somme + diviseur
    Fin_Si
Fin_Pour
```

opération	N	diviseur	somme
	8	3	3
N mod diviseur = 0 ? non			
(Pour) diviseur ← 4		4	
N mod diviseur = 0 ? oui			
Somme ← Somme + diviseur			7

« F ain

```
Si (N = Somme)
Alors  Afficher (N, " est parfait ")
Sinon  Afficher (N, " n'est pas parfait ")
Fin_Si
```

opération	N	diviseur	somme
	8	4	7

(Pour) fin de boucle

N = Somme ? non

Affichage : non parfait !

Application Algo Box

Algorithme d'Euclide

On souhaite produire un algorithme permettant de calculer le PGCD de deux nombres entiers positifs non nuls a et b, avec a > b, à l'aide de l'algorithme d'Euclide.

Approximation de $\sqrt{2}$ par dichotomie

Balle rebondissante

Conversion de durées

Deviner un nombre

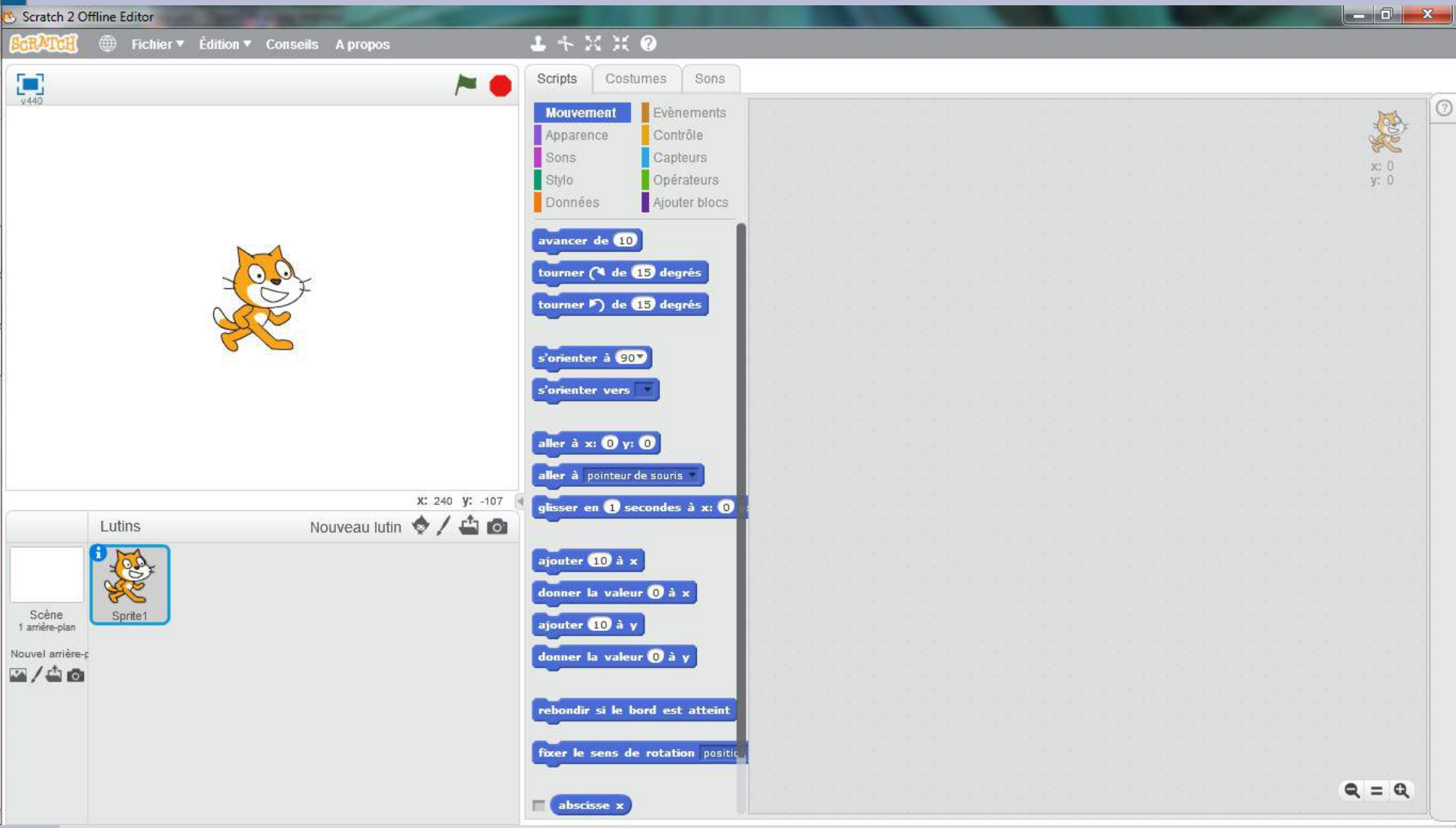
Multiplication russe

. . .

Troisième partie

Exemple de mise en œuvre à l'aide d'outils logiciels (Scratch ou Metabot Blocs)

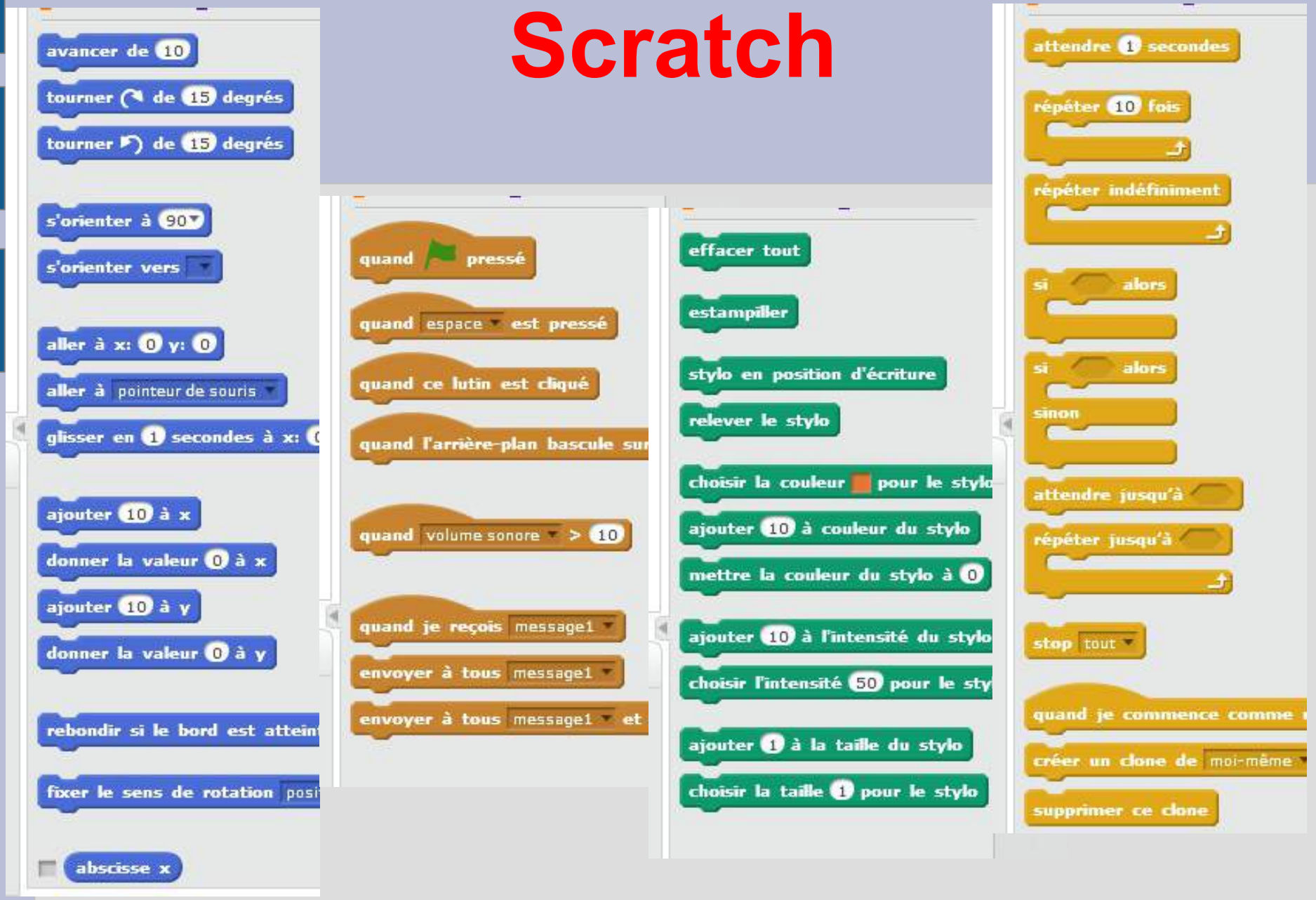
Scratch


Scratch 2 Offline Editor
Fichier
Édition
Conseils
A propos
Scripts
Costumes
Sons
Mouvement
Apparence
Sons
Stylo
Données
Evènements
Contrôle
Capteurs
Opérateurs
Ajouter blocs
avancer de 10
tourner de 15 degrés
tourner de 15 degrés
s'orienter à 90
s'orienter vers
aller à x: 0 y: 0
aller à pointeur de souris
glisser en 1 secondes à x: 0
ajouter 10 à x
donner la valeur 0 à x
ajouter 10 à y
donner la valeur 0 à y
rebondir si le bord est atteint
fixer le sens de rotation
abscisse x
x: 0
y: 0
x: 240 y: -107
Lutins
Nouveau lutin
Sprite1
Scène
1 arrière-plan

Scratch

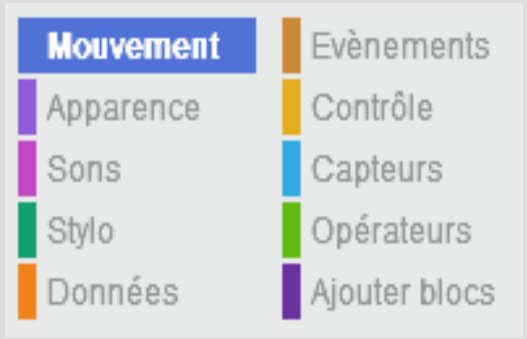

Scripts
Costumes
Sons
Mouvement
Apparence
Sons
Stylo
Données
Evènements
Contrôle
Capteurs
Opérateurs
Ajouter blocs
avancer de 10

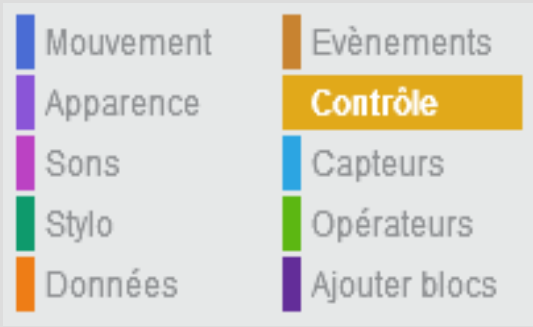
Scratch


avancer de 10
tourner de 15 degrés
tourner de 15 degrés
s'orienter à 90
s'orienter vers
aller à x: 0 y: 0
aller à pointeur de souris
glisser en 1 secondes à x:
ajouter 10 à x
donner la valeur 0 à x
ajouter 10 à y
donner la valeur 0 à y
rebondir si le bord est atteint
fixer le sens de rotation
abscisse x
quand pressé
quand espace est pressé
quand ce lutin est cliqué
quand l'arrière-plan bascule sur
quand volume sonore > 10
quand je reçois message1
envoyer à tous message1
envoyer à tous message1 et
effacer tout
estampiller
stylo en position d'écriture
relever le stylo
choisir la couleur pour le stylo
ajouter 10 à couleur du stylo
mettre la couleur du stylo à 0
ajouter 10 à l'intensité du stylo
choisir l'intensité 50 pour le sty
ajouter 1 à la taille du stylo
choisir la taille 1 pour le stylo
attendre 1 secondes
répéter 10 fois
répéter indéfiniment
si alors
si alors
sinon
attendre jusqu'à
répéter jusqu'à
stop tout
quand je commence comme
créer un clone de moi-même
supprimer ce clone

Scratch

Activité 1 : Mouvements et Actions sur lutin





Exercice 1 :

Pour commencer, visualisons les dimensions de la scène, en pixels.

Choisir une scène différente, on cliquant sur le dossier :
Sélectionner la scène nommée **XY-grid**.

Placer le lutin à gauche de l'écran et écrire un script afin qu'il traverse de gauche à droite en une seule fois quand le drapeau vert est pressé.

Scratch

Activité 2 : Données et Opérateurs, Capteurs

Exercice 4 :

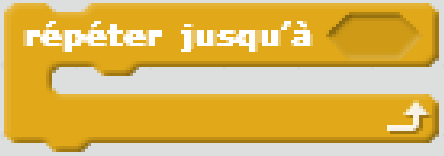
Ecrire un programme qui affiche la table de 7.

Aide : Utiliser les blocs suivants :

Exercice 5 :

Ecrire un programme qui affiche la table de 7 en utilisant une ***variable*** dans ***une boucle***.

Aide : Utiliser les blocs suivants :



Scratch

Activité 1 : Mouvements et Actions sur lutin

Exercice 2 :

Ecrire un script permettant de faire avancer avec le clavier le lutin et de le faire rebondir chaque fois qu'il atteint un bord.

Aide : Utiliser les blocs suivants :

Scratch

Activité 1 : Mouvements et Actions sur lutin

Exercice 3 :
Ajouter un second lutin au centre de la scène.
Quand le premier lutin le rencontre faite les se saluer

Aide : Utiliser les blocs suivants :

Scratch

Objectifs, grandes étapes de réalisation d'un projet

En tout premier il faut penser à son scénario :

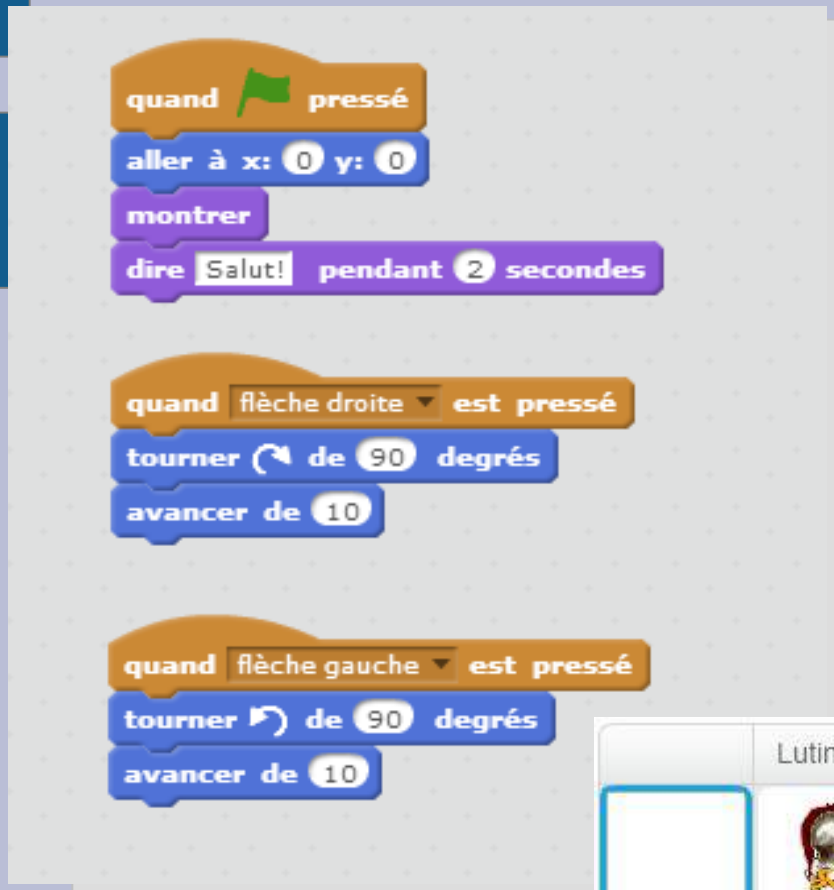
- Combien de lutins contient le jeu? Les créer.
- Combien de tableau y aura-t-il? Créer les fonds d'écran.
- Quel est le but de chaque tableau? Comment passer d'un tableau au suivant?
- Est-ce qu'il y a un score? Comment l'augmenter ?
- Y aura-t-il un générique de début et de fin?
- Les messages entre lutins (signaux envoyés à tous) sont-ils clairs?

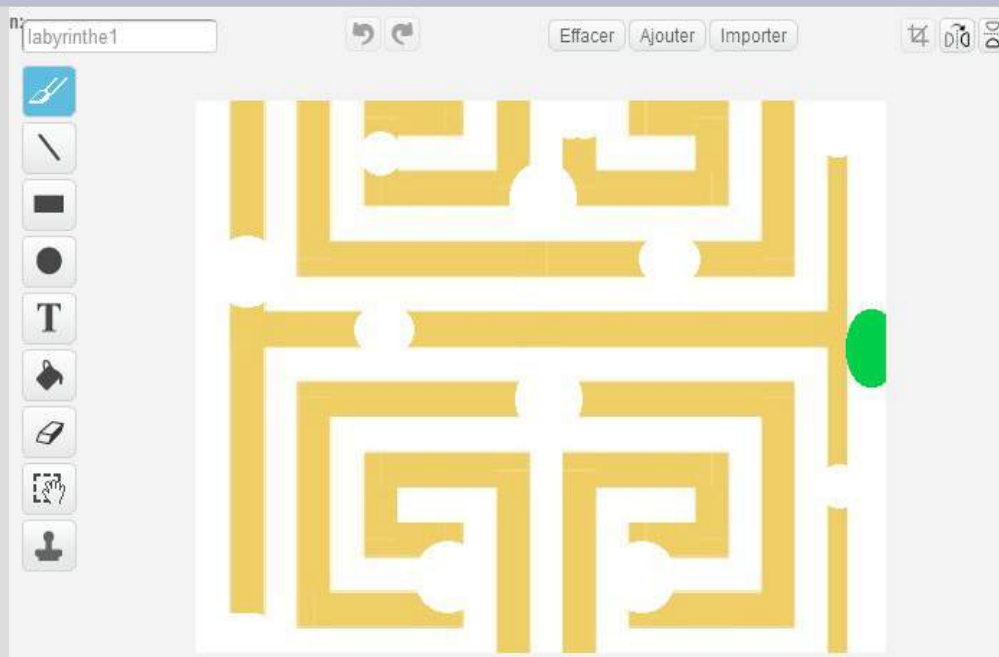
Scratch

Création pas à pas du jeu « Thésée et le Minotaure »

Scratch

Création pas à pas du jeu « Thésée et le Minotaure »

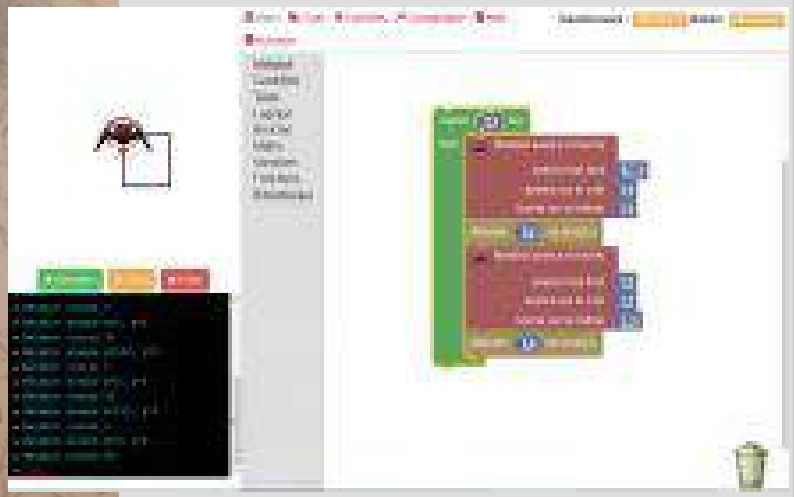




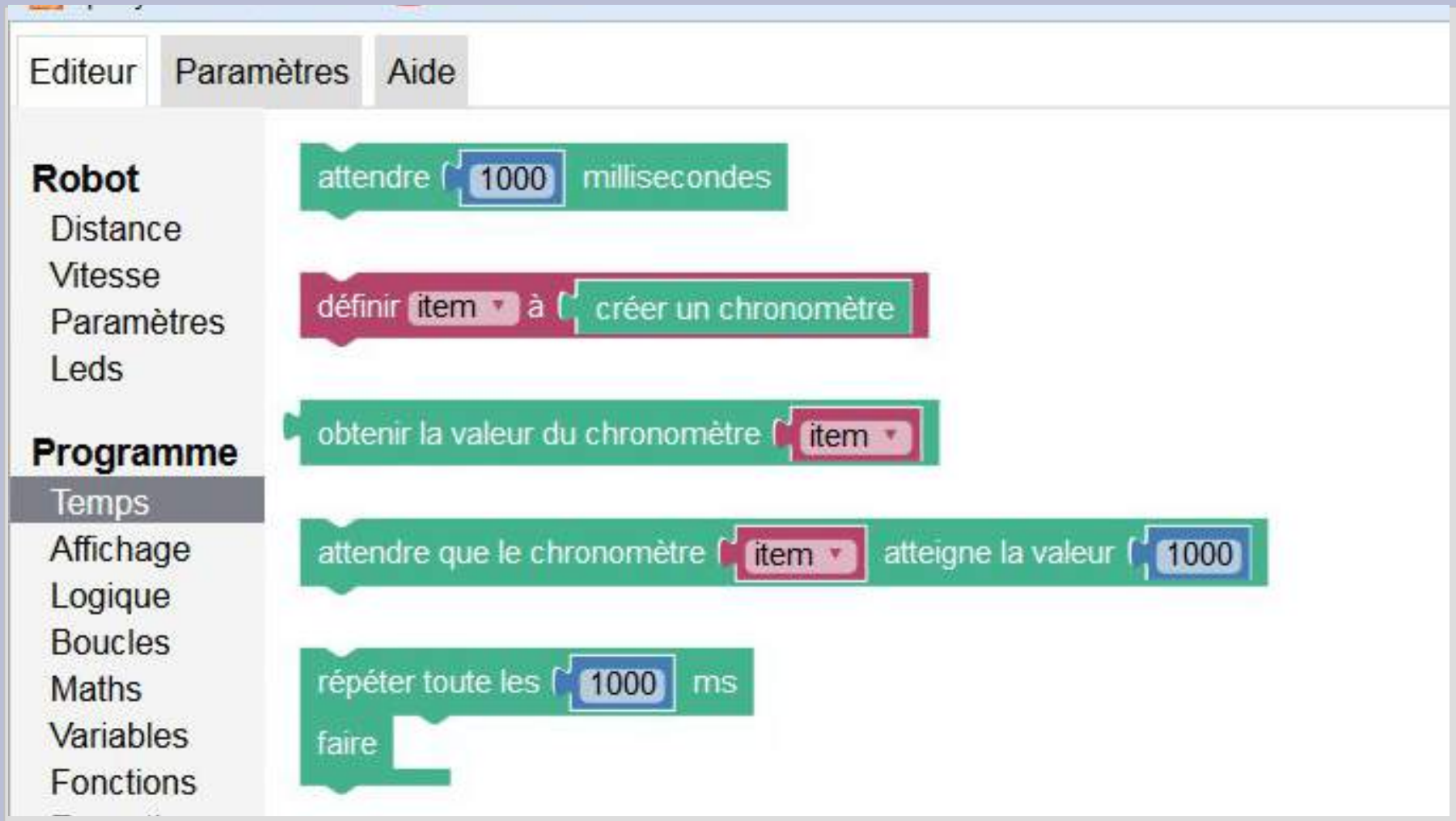
Scratch

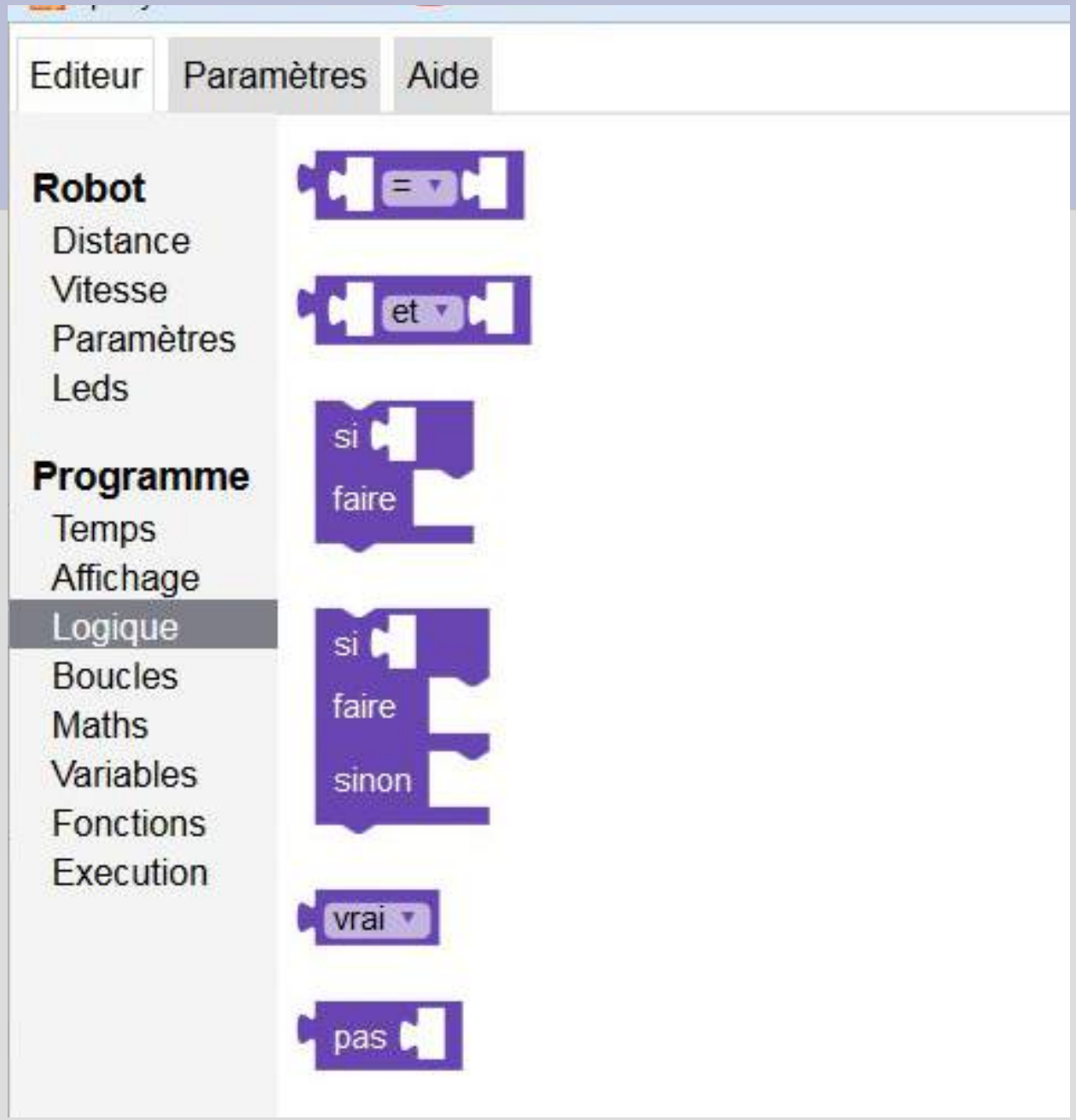
Création pas à pas du jeu « Thésée et le Minotaure »

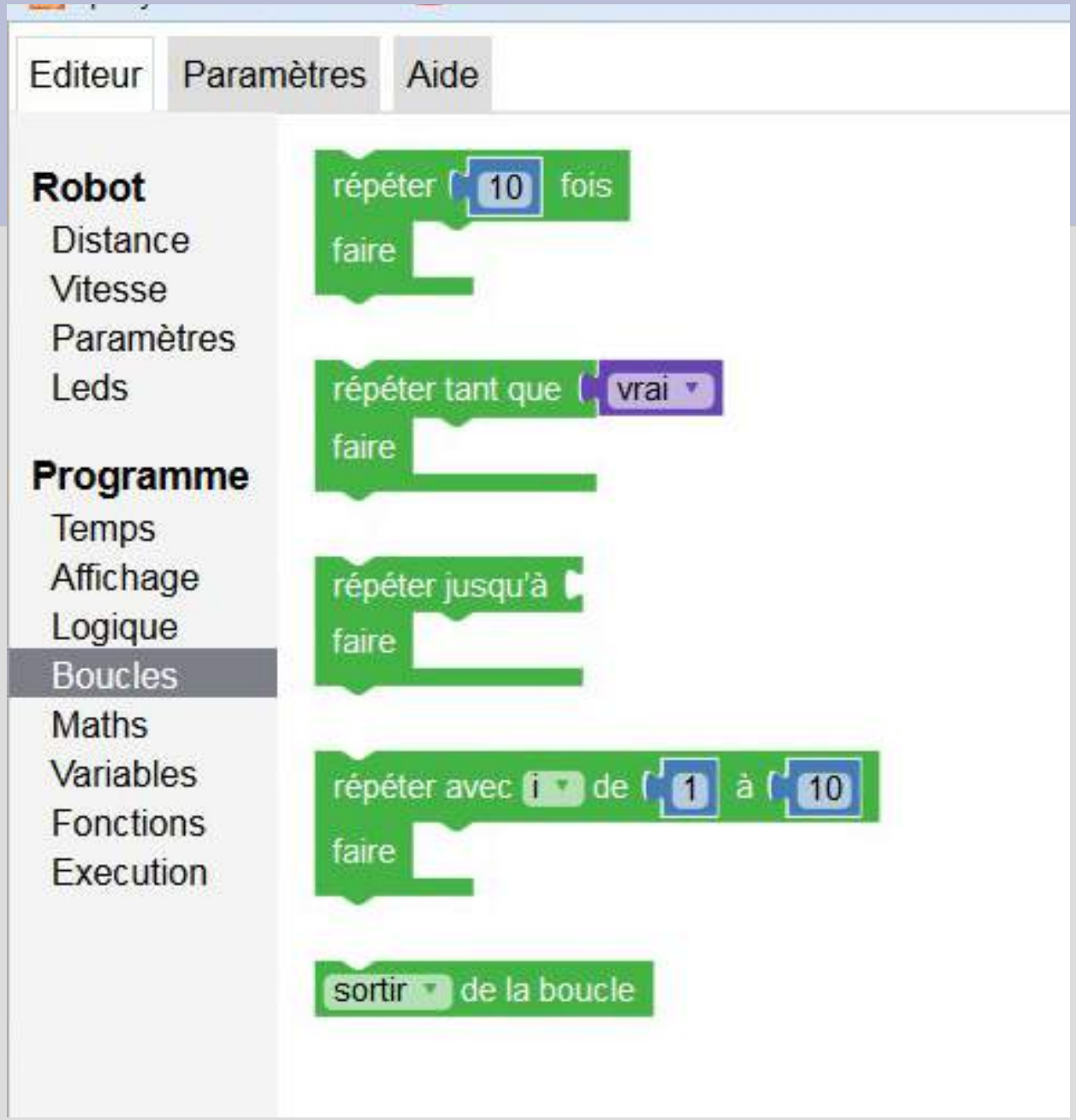
Metabot Blocs



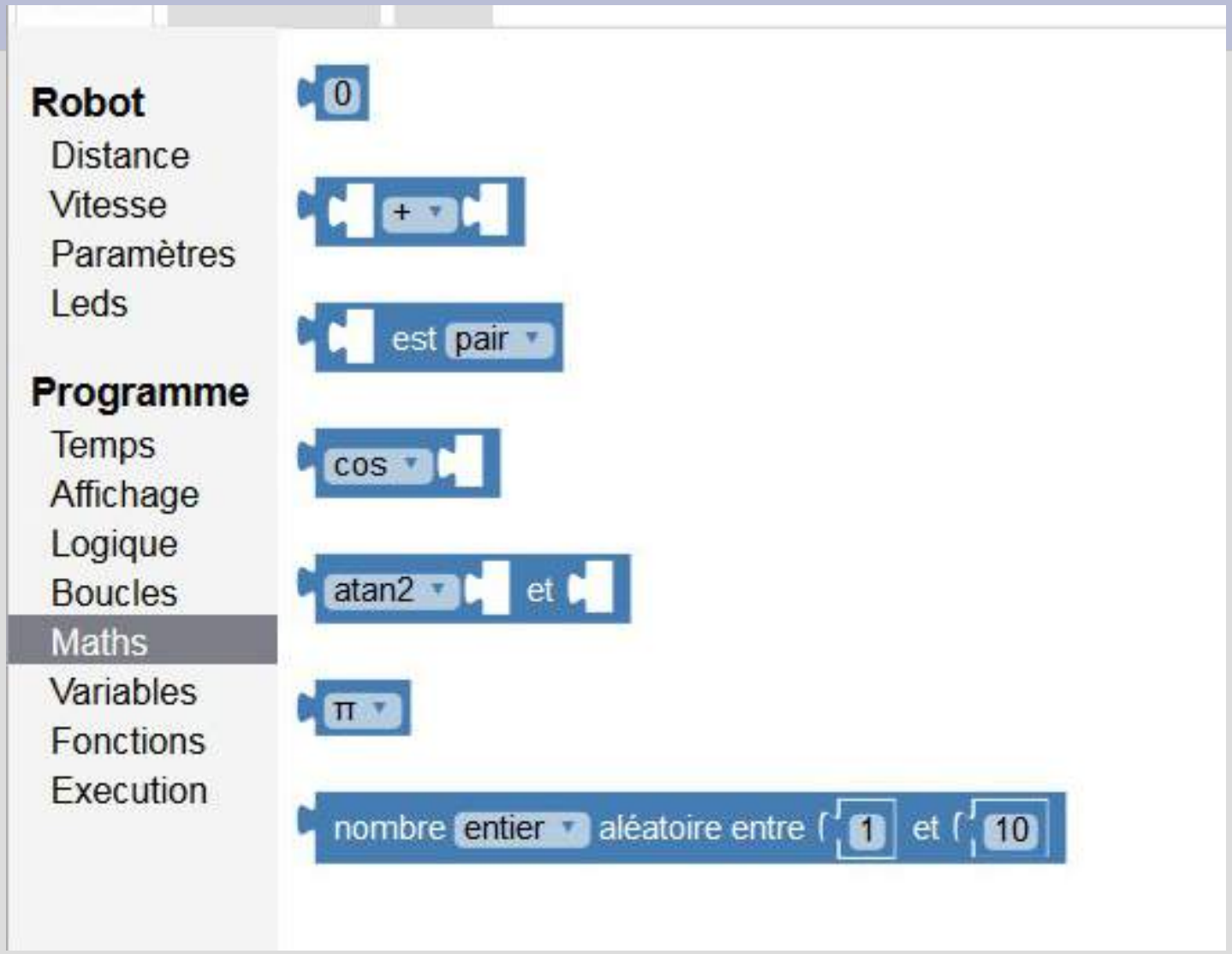
Metabot Blocs



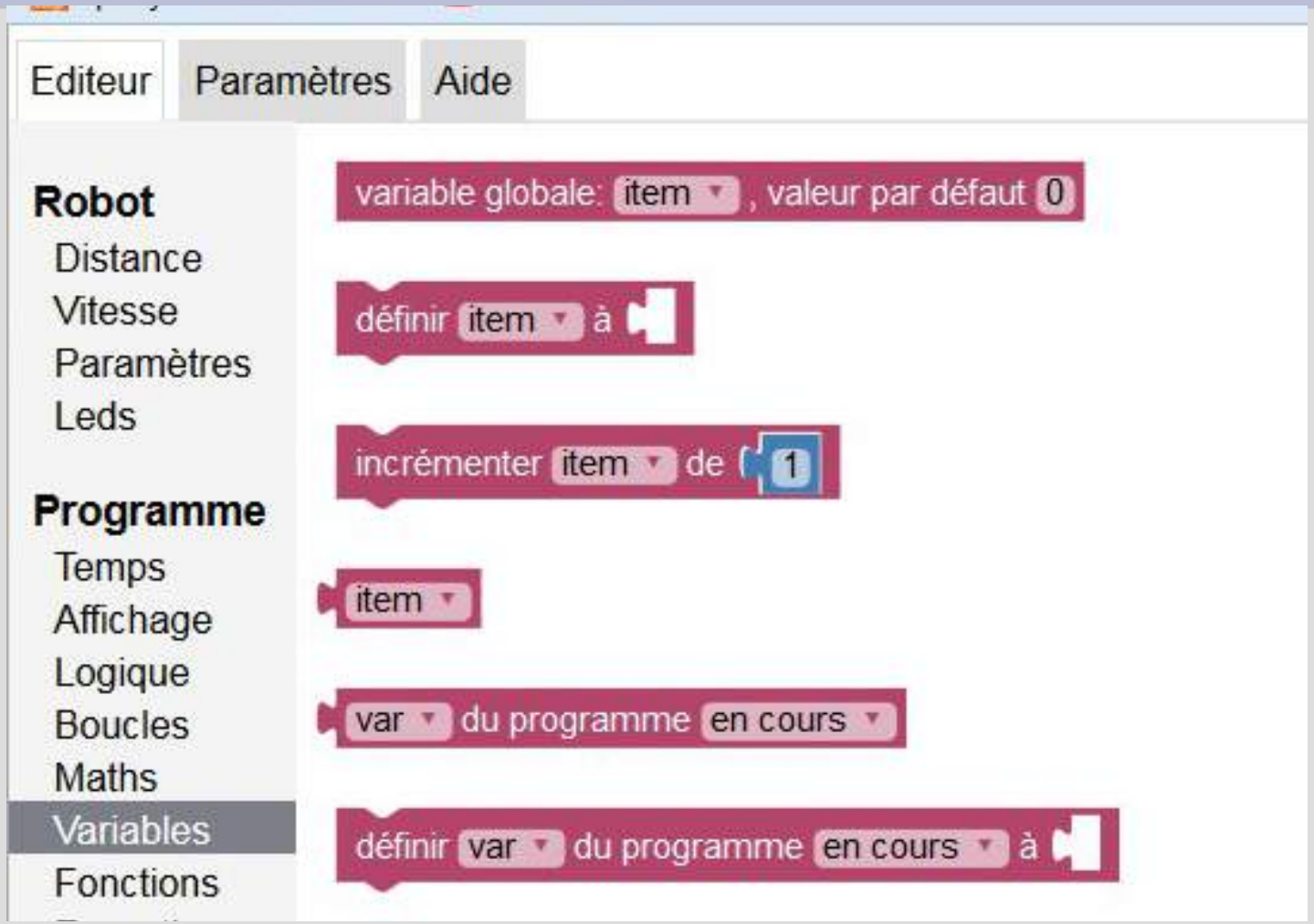

Editeur
Paramètres
Aide
Robot
Distance
Vitesse
Paramètres
Leds
Programme
Temps
Affichage
Logique
Boucles
Maths
Variables
Fonctions
Execution
=
et
si
faire
si
faire
sinon
vrai
pas


Editeur
Paramètres
Aide
Robot
Distance
Vitesse
Paramètres
Leds
Programme
Temps
Affichage
Logique
Boucles
Maths
Variables
Fonctions
Execution
répéter 10 fois
faire
répéter tant que vrai
faire
répéter jusqu'à
faire
répéter avec i de 1 à 10
faire
sortir de la boucle

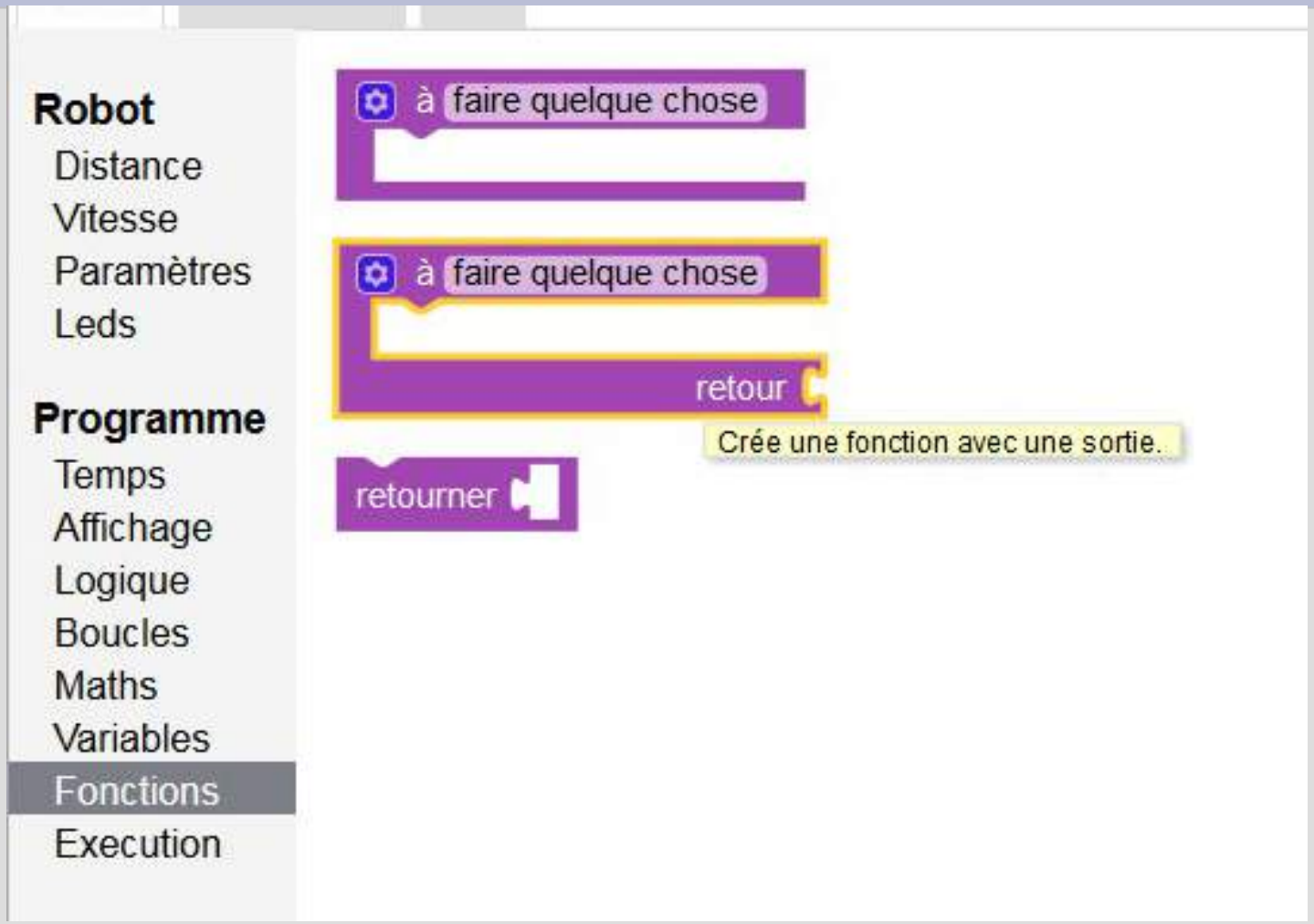
Metabot Blocs



Metabot Blocs



Metabot Blocs



Quatrième partie

Illustrations diverses

Merci de votre attention…