

## **Manipuler des fonctions**

**Groupe L.P. Maths-Sciences IREM de Lorraine**

*Inspiré par un atelier suivi aux Journées Nationales de Pau en 2003, l'article suivant a été rédigé par un groupe composé de : Odile Backscheider, Marie-José Baliviera, Geneviève Bouvart et Christine Manciaux. Un des objectifs du groupe était de construire la notion de fonction à partir de mesures obtenues lors de manipulations.*

*N'hésitez pas à venir aux Journées Nationales de l'APMEP : on en revient toujours avec une foule d'idées nouvelles ! En octobre 2007, elles auront lieu à Besançon.*

Marie-José Baliviera entre dans sa classe de CAP commerce multiservices. Elle se demande comment ses treize filles et deux garçons, issus de SEGPA ou de troisième d'insertion, vont comprendre une situation de non proportionnalité.

*Nous disposons d'un verre et d'un récipient. Je remplis d'eau le verre et verse son contenu dans le récipient. Je demande aux élèves : « Si je pose le récipient sur la balance, que va-t-elle afficher ? » Les réponses des élèves varient de 10 g à 800 g. Un élève pèse le récipient et la balance affiche 88 g. Il verse un deuxième verre dans le récipient et je pose la même question. Les élèves répondent en grande majorité : « le double », d'autres : « ça fait moins que le double ». D'autres ne se prononcent pas. Un élève pèse le récipient et la balance affiche 118 g. Il verse un troisième verre dans le récipient et je répète la question. Quatre élèves donnent une réponse correcte. Certains calculent la moyenne des deux premières réponses et la multiplient par 3. Autre réponse : «  $118 - 88 = 30$  ;  $88 - 30 = 58$  ;  $118 + 58 = 176$ . » Un élève pèse et obtient 148 g. Au quatrième verre, une bonne moitié des élèves trouve une réponse correcte. Au sixième verre, tout le monde est convaincu : « Ça saute de 30 en 30 ».*

*Pour finir, je demande : « Si je verse 10 verres dans le récipient, est-ce que je peux calculer ce que va afficher la balance ? » Les élèves déterminent la réponse correcte par des additions successives. Certains élèves s'interrogent sur le résultat obtenu en versant un demi-verre dans le récipient.*

*Je demande ensuite à la classe comment présenter tous ces résultats. Les élèves proposent de construire un tableau, de réaliser un « dessin »... Ils placent, dans un repère, les points représentant la masse du récipient en fonction du nombre de verres et constatent que ces points sont alignés. Je leur demande alors : « Peut-on connaître la masse du récipient vide sans le peser ? » Cette question occasionne un nouveau débat à l'issue duquel ils proposent de lire graphiquement la masse correspondant à zéro verre en traçant une droite.*

*Un élève dit : « Mais si on change de bol, ce ne sera pas la même valeur ! » L'expérience est recommencée avec un autre récipient. La première valeur obtenue est plus élevée. Aucun élève ne pense à peser ce nouveau récipient vide. Ils constatent que les valeurs obtenues sont plus élevées mais les différences de deux mesures consécutives sont toujours de 30.*

L'un propose : « C'est normal parce que c'est de l'eau ». Les élèves construisent la représentation graphique des résultats obtenus dans le même repère que précédemment. Ils remarquent que les droites obtenues sont parallèles et l'expliquent par cette remarque : « Chaque fois qu'on ajoute un verre, ça augmente de 30 ».

C'est au cours d'une expérience avec un troisième récipient qu'un élève propose de peser a priori le récipient vide.

Ce qui nous conduit à établir ensemble la relation :

$$\text{Masse totale} = \text{nombre de verres} \times 30 \\ + \text{Masse du récipient}$$

Un élève a proposé de mettre un autre liquide que de l'eau.

Lors d'une autre séance, l'expérience a été réalisée avec de l'huile ou de l'alcool à brûler. Quand le liquide est moins dense, des élèves ont dit que la droite « tombait ».

La situation créée par la manipulation permet aux élèves de s'impliquer rapidement dans la recherche : aucun écrit n'est à lire, les objets existent sous leurs yeux, la question posée a un sens pour tous et ils peuvent tous proposer une réponse ; ce qui conduit naturellement au débat. La démarche retenue est expérimentale : manipulation, observation, conjecture et formalisation

L'activité met en œuvre trois registres : numérique, graphique et formel.

Cette activité permet de donner du sens à la notion d'ordonnée à l'origine : l'image du récipient vide reste prégnante. L'idée exprimée naïvement par les élèves « ça

saute de 30 en 30 » introduit la notion de coefficient directeur. Le changement de récipient fait varier l'ordonnée à l'origine en gardant le même coefficient directeur et le changement de liquide illustre les différents coefficients directeurs.

Il s'agit aussi d'une activité qui montre une situation de non proportionnalité mais qui permet de visualiser une proportionnalité des accroissements.

Cette situation de référence permet de construire une image mentale commune à la classe et réutilisable tout au long de l'année.

Cette activité a été proposée à d'autres niveaux : BEP, Bac Pro. Mais peut-être trouverait-elle aussi sa place en troisième de collège ou en seconde ? Pour ces classes, on peut aller plus loin dans la formalisation.

