

Activités mentales (Fonctions: Extrema et variations)

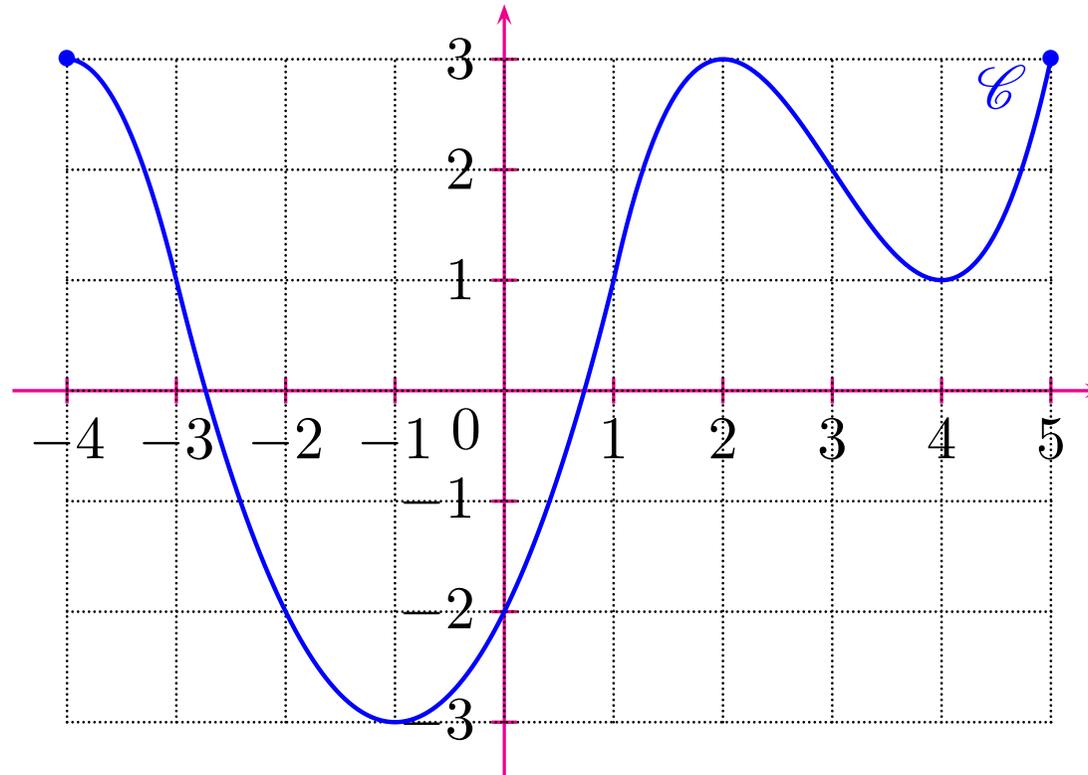
Classe de Seconde

Y. BRENEY - Professeur de Mathématiques

ybreney@free.fr

Lycée Lumière - Luxeuil-les-Bains

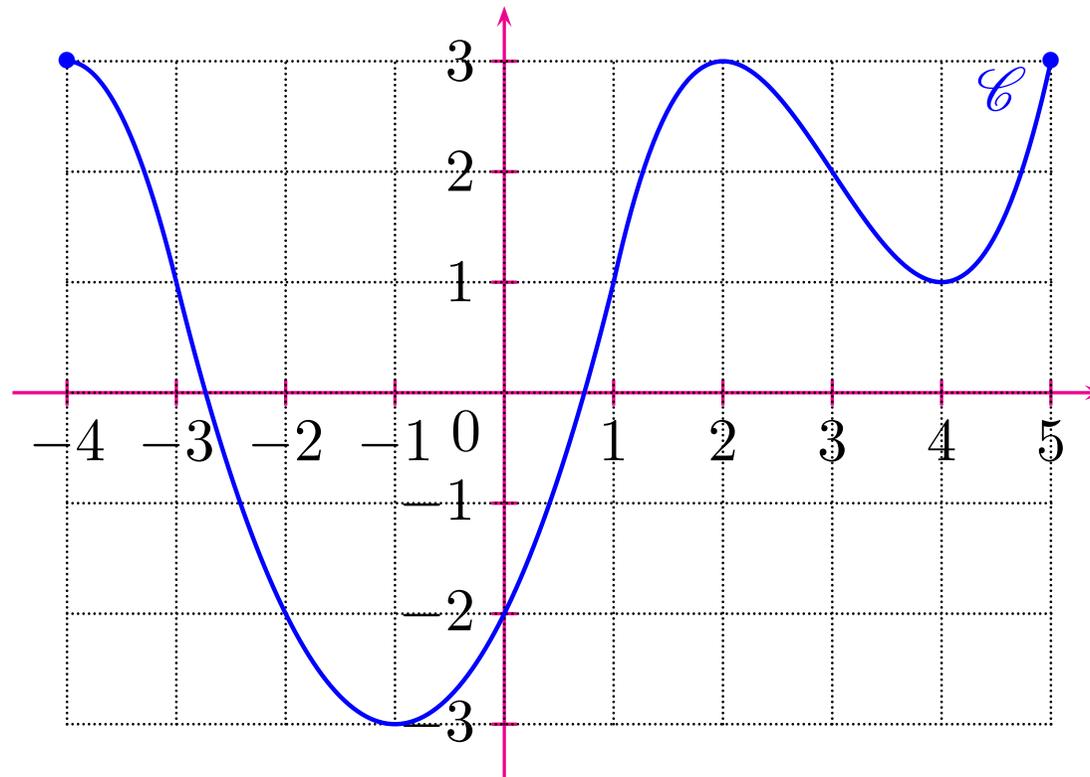
Q1 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

Le maximum de f sur $[-4; 5]$ est

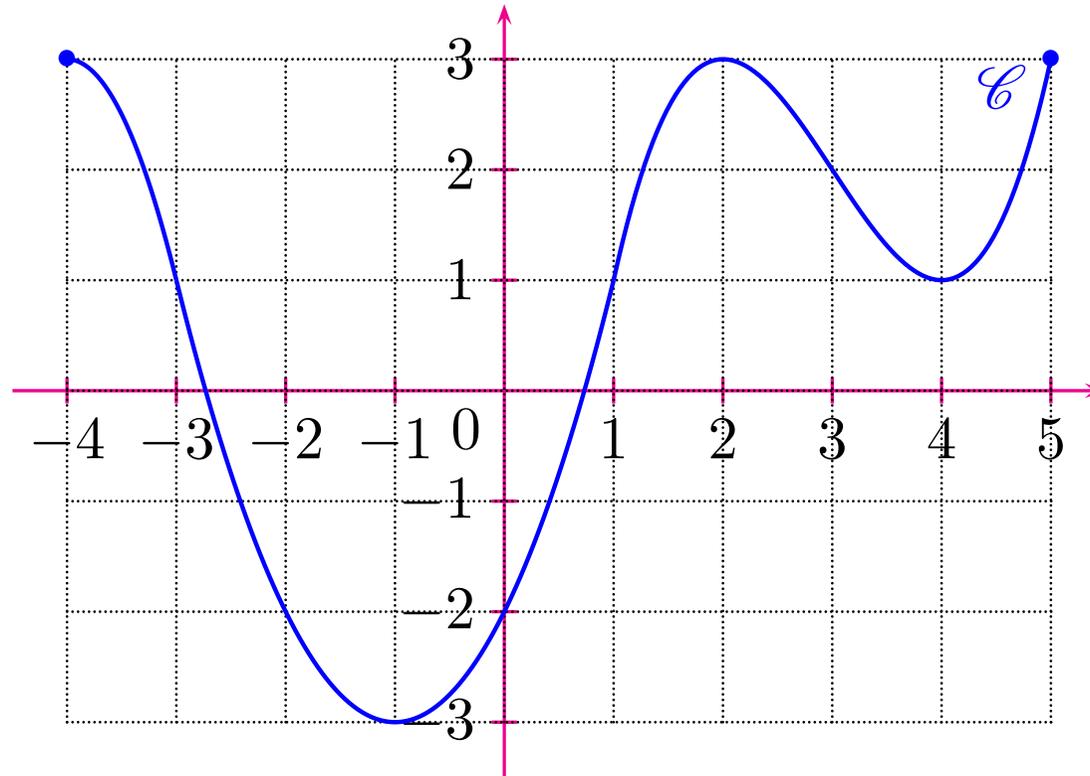
Q2 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

f atteint son minimum sur $[-4; 5]$ lorsque $x = \dots\dots\dots$

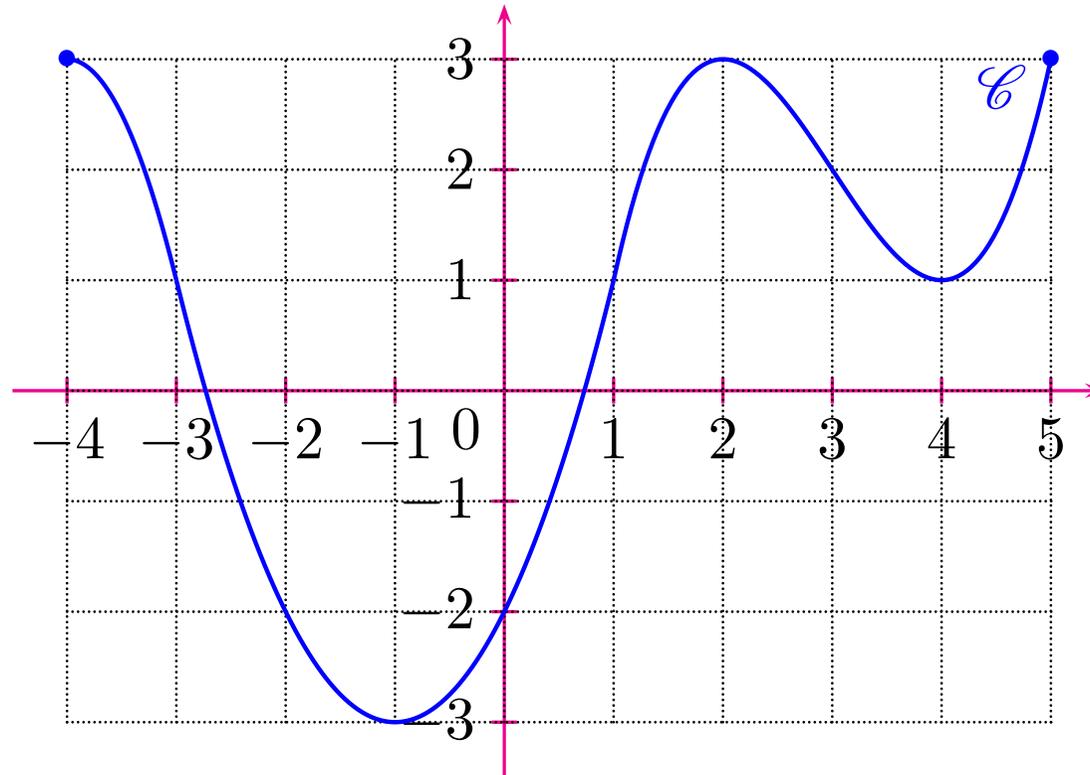
Q3 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

f est strictement croissante sur chacun des intervalles ... et

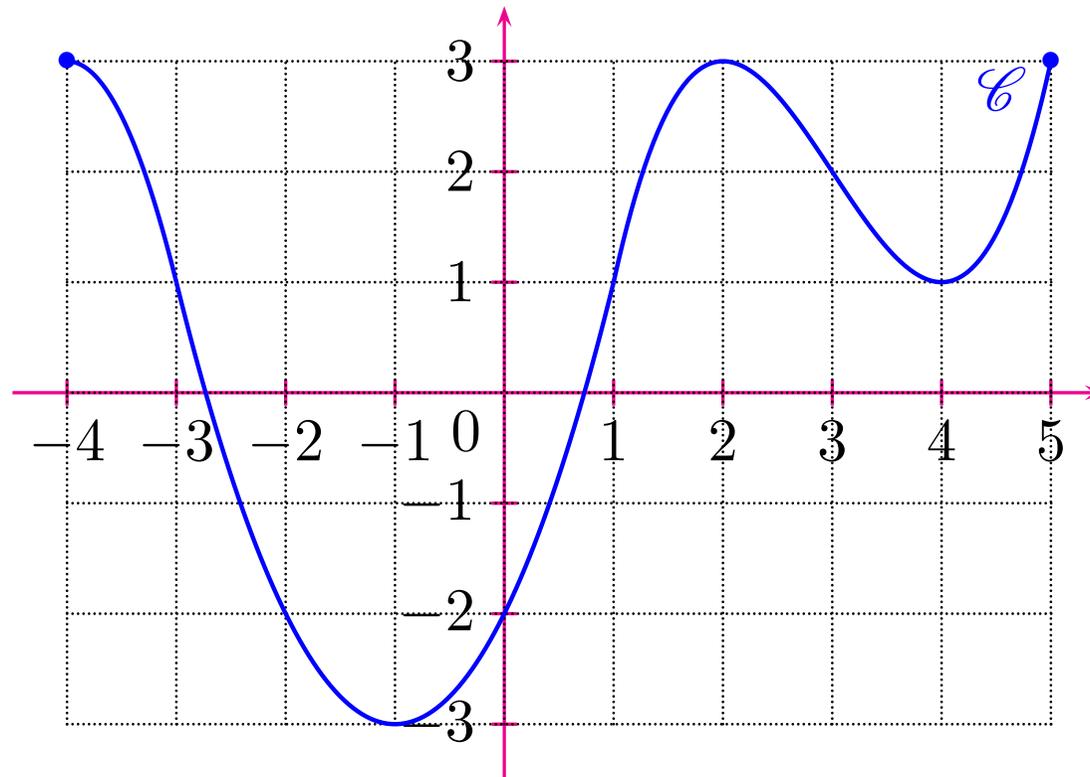
Q4 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

Sur l'intervalle $[2; 4]$, la fonction f l'ordre.

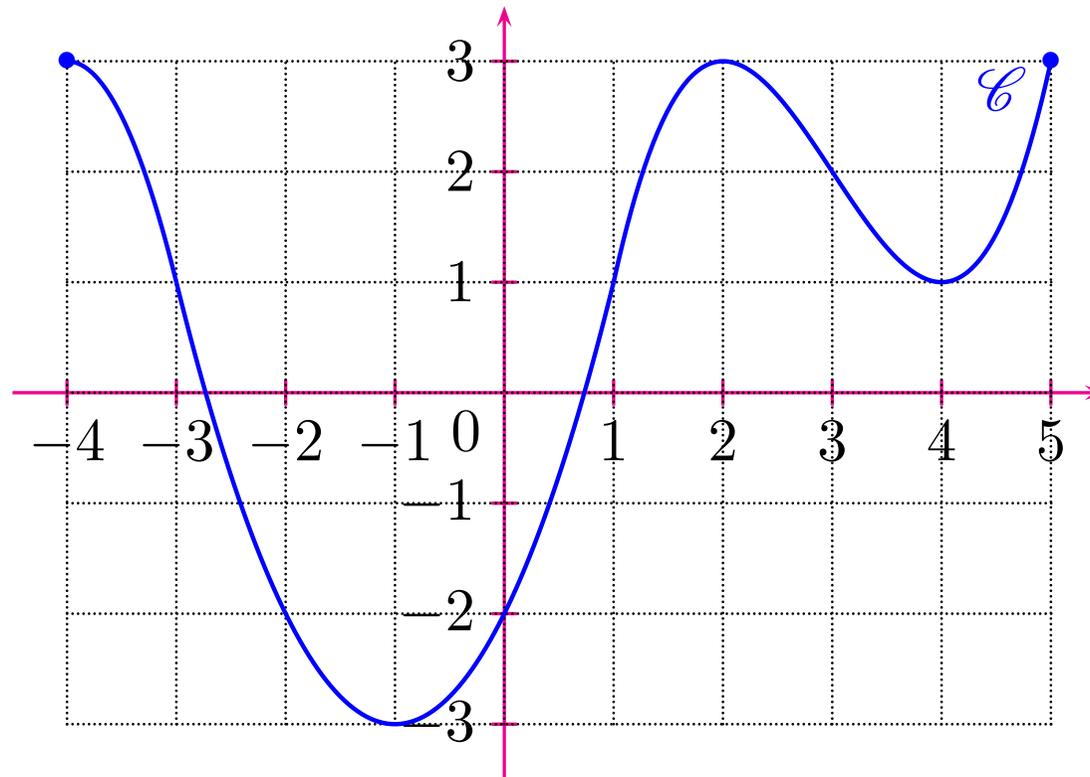
Q5 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

Si a est un réel appartenant à $[0; 2]$ alors $f(a)$ appartient à l'intervalle

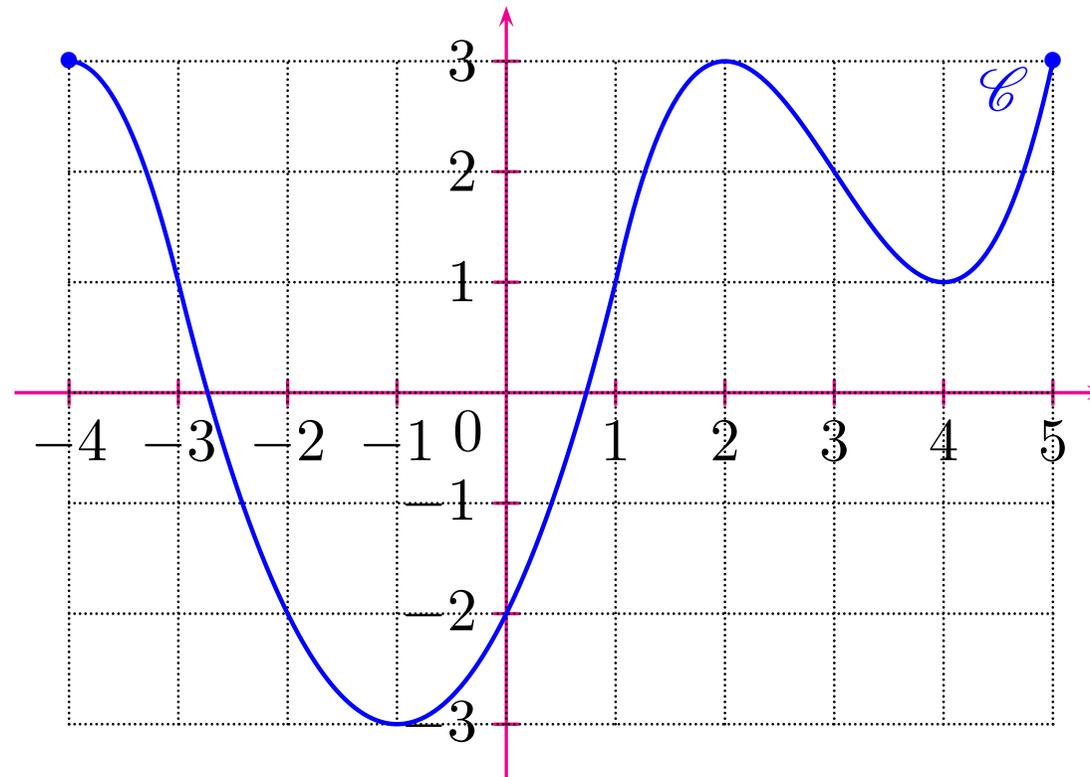
Q6 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

Si b est un réel appartenant à $[2; 4]$ alors $f(b)$ appartient à l'intervalle

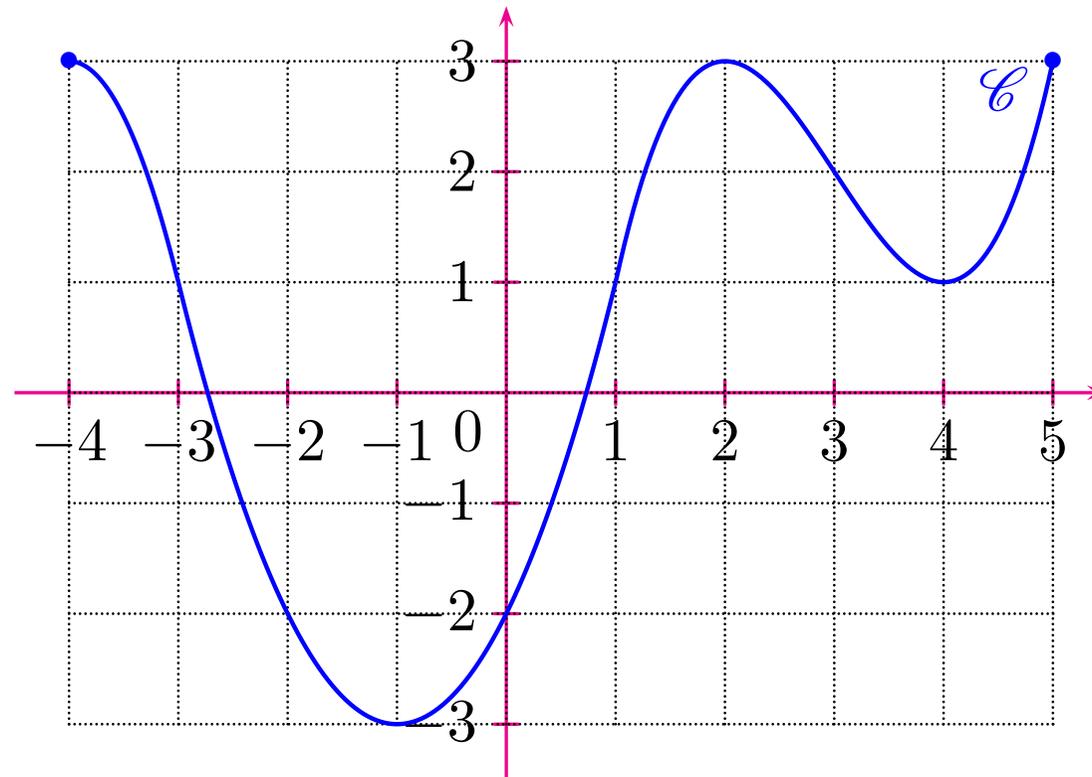
Q7 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

Si c est un réel appartenant à $[0; 4]$ alors $f(c)$ appartient à l'intervalle

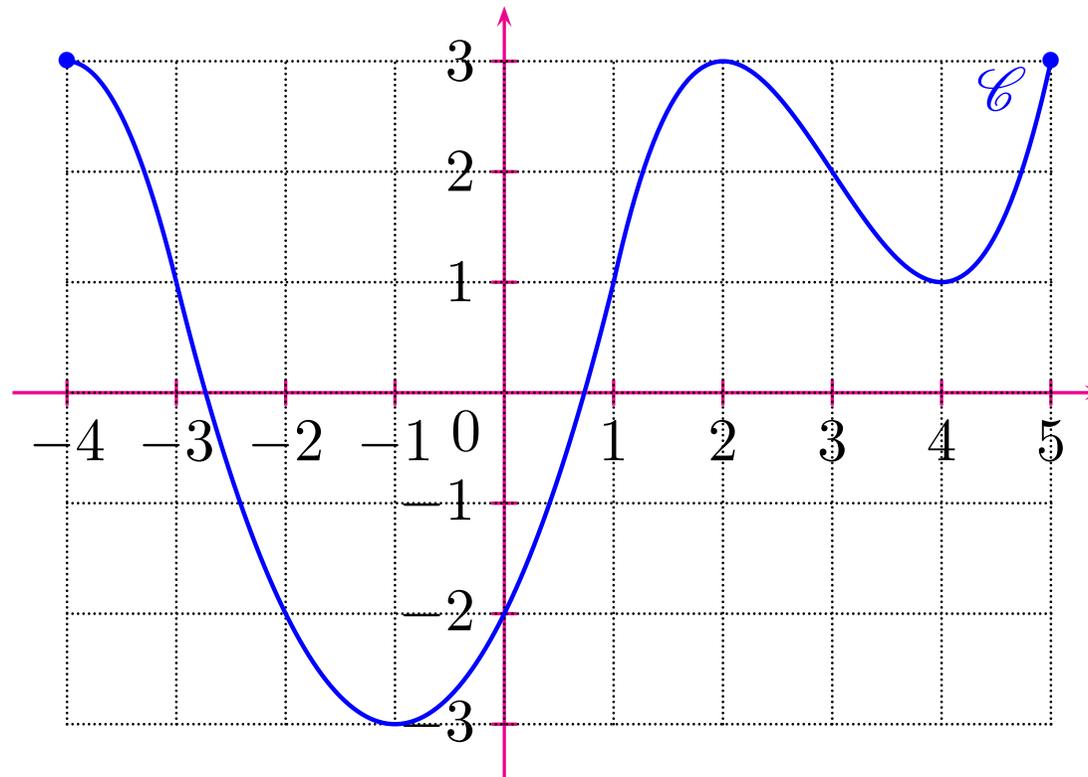
Q8 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

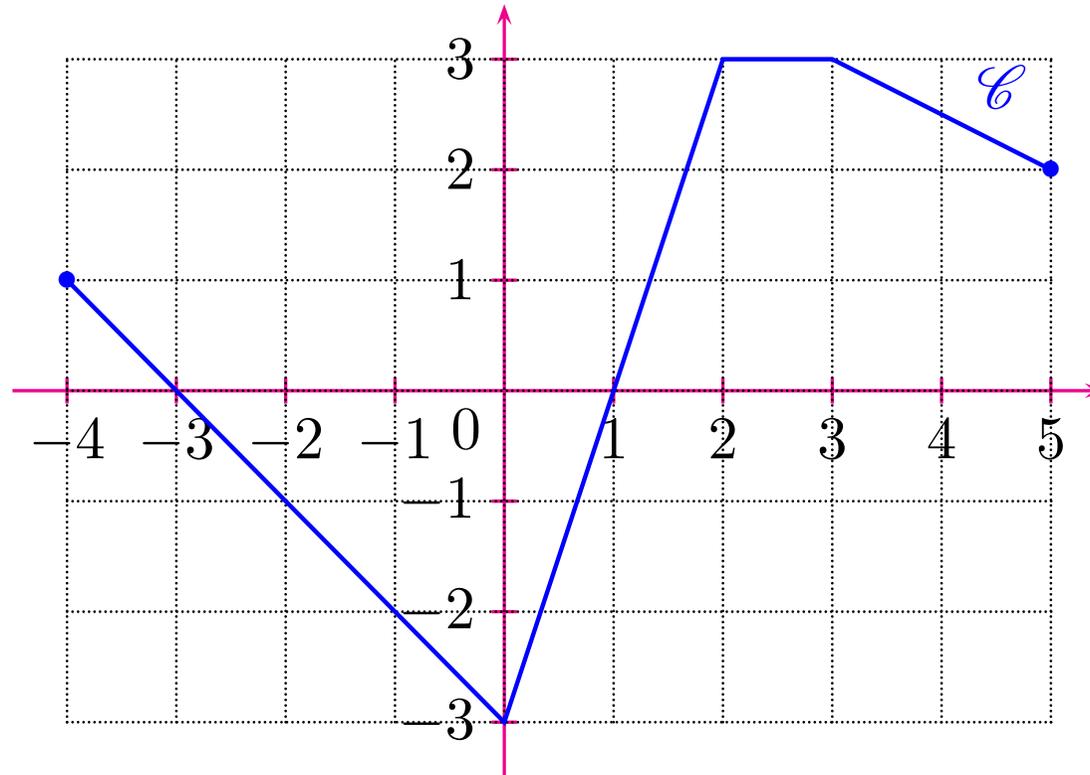
Si d est un réel tel que $f(d) < -2$ alors on peut affirmer que d appartient à l'intervalle

Q9 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Donner le tableau de variations de f .

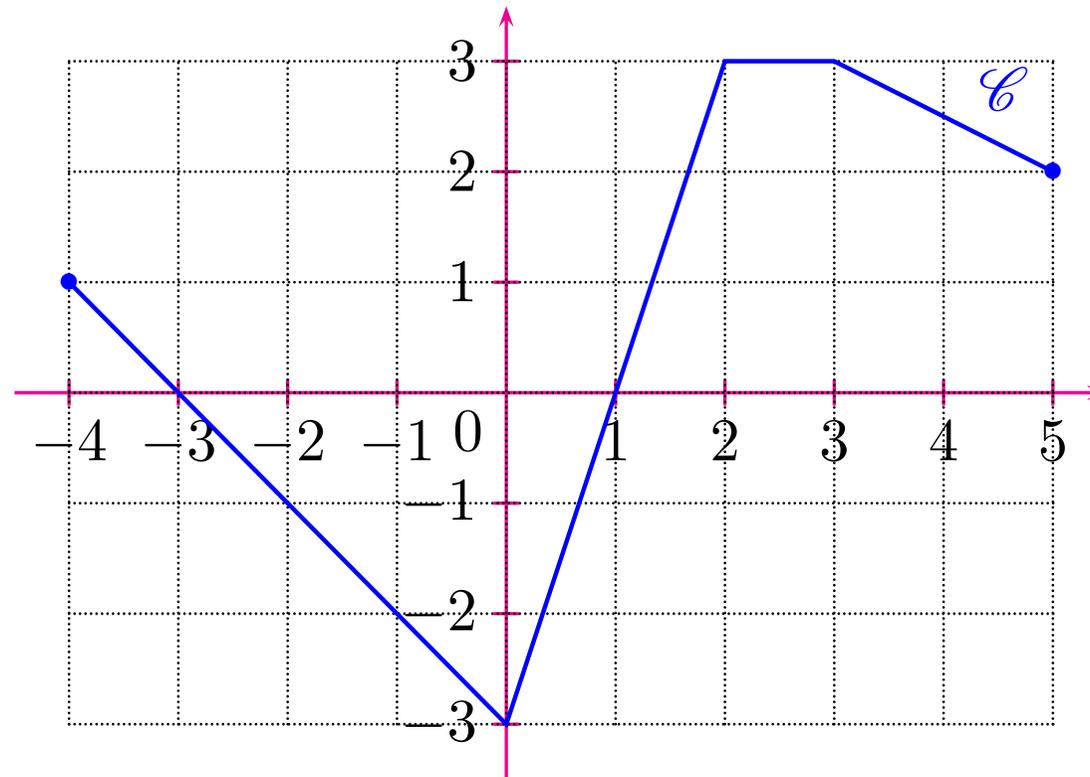
Q10 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est

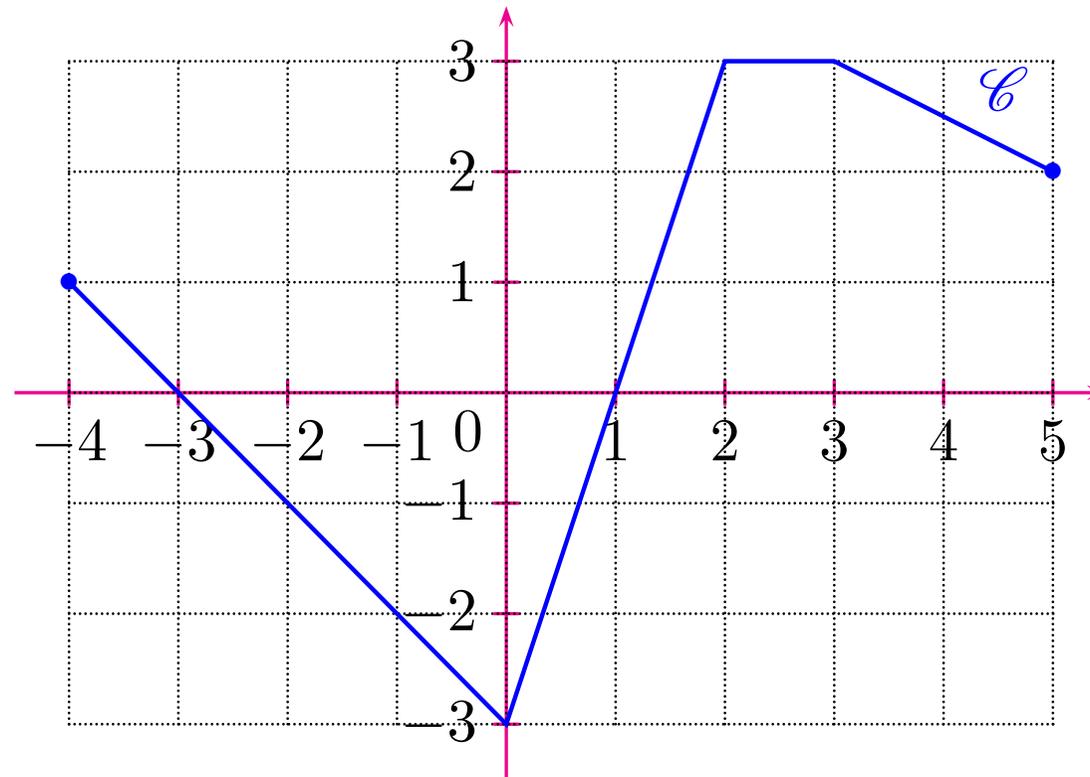
Q11 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 3$ est

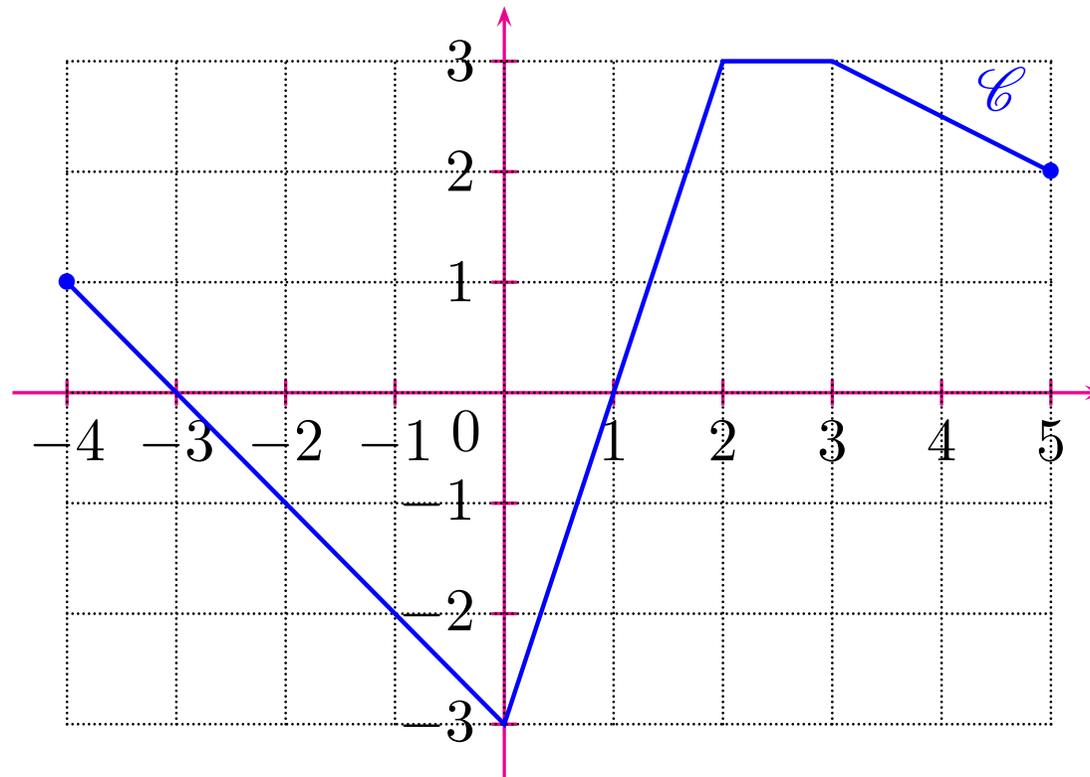
Q12 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter à l'aide d'un des symboles $<$, $=$ ou $>$:

$$f(-3,5) \dots\dots\dots 0$$

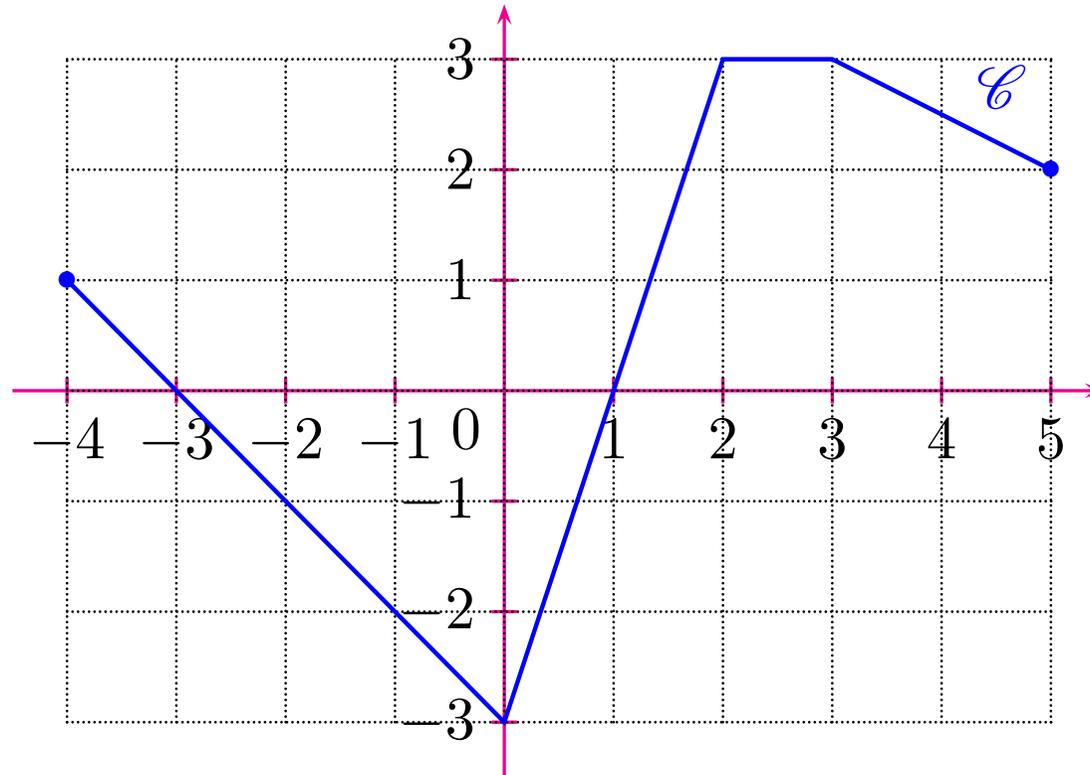
Q13 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter à l'aide d'un des symboles $<$, $=$ ou $>$:

$$f(3,2) \dots\dots\dots f(3,3)$$

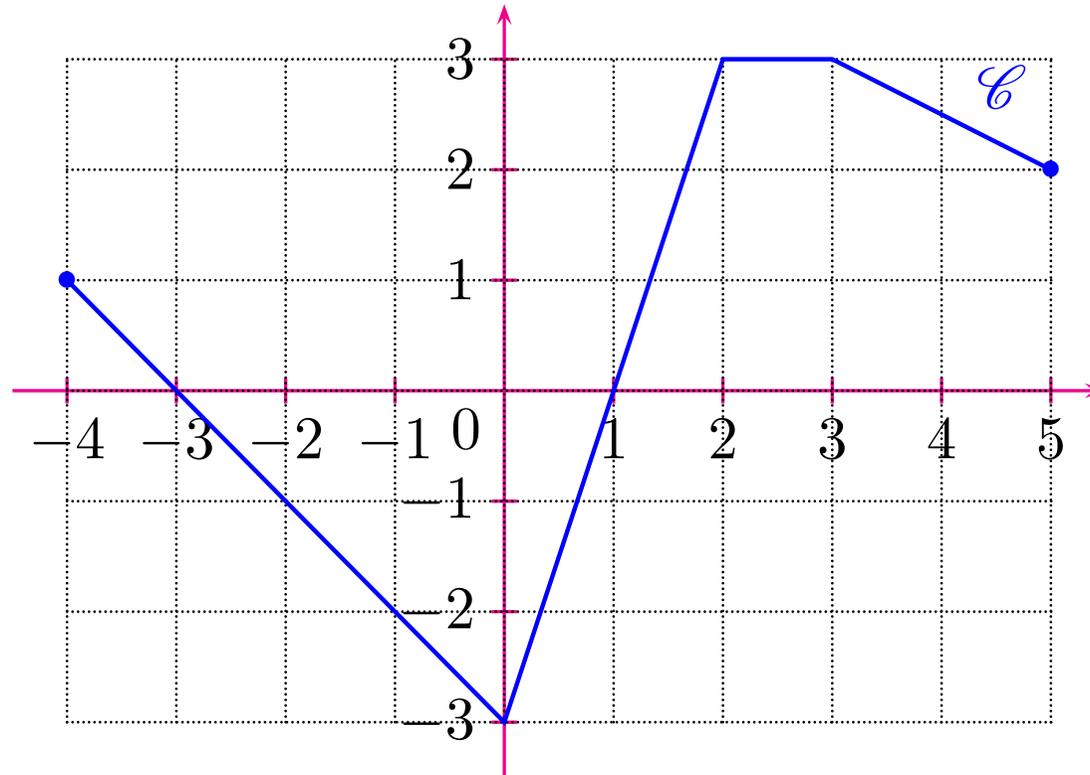
Q14 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter à l'aide d'un des symboles $<$, $=$ ou $>$:

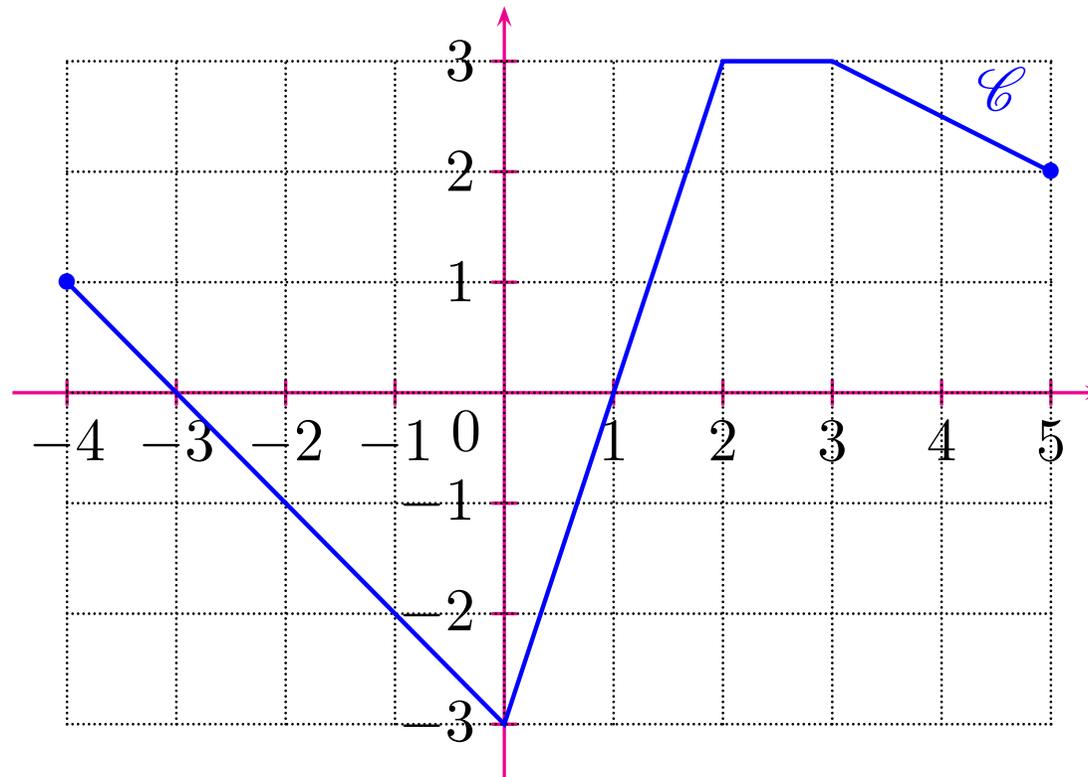
$$f(1,8) - f(1,7) \dots\dots\dots 0$$

Q15 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



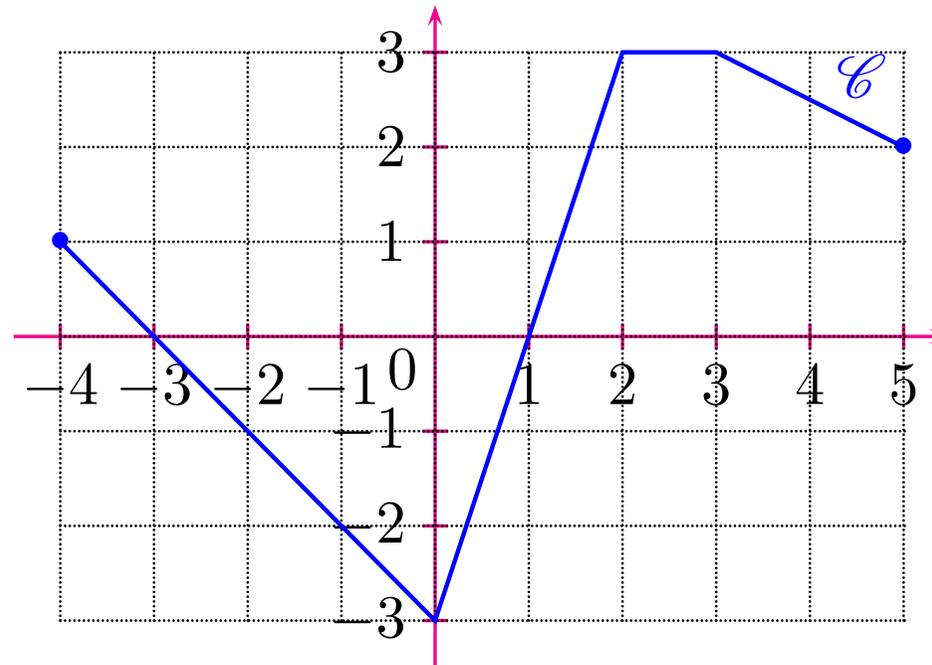
Donner le tableau de signe de f .

Q16 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Combien de flèches le tableau de variations de f sur $[-4; 5]$ comporte-t-il ?

Q17 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Parmi les phrases suivantes, combien sont exactes ?

f est croissante sur $[0; 3]$.

f est strictement croissante sur $[0; 3]$.

f est croissante sur $[0; 2]$.

f est strictement croissante sur $[0; 2]$.

Q18 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

Le plus grand intervalle sur lequel g est strictement décroissante est

Q19 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

g atteint son maximum sur $[-3; 5]$ en et ce maximum est

Q20 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

Le minimum de g sur $[-3; 5]$ est et ce minimum est atteint en

Q21 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

Sur $[0; 4]$, si x augmente alors $g(x)$

Q22 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

Sur $[4; 5]$, g l'ordre.

Q23 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Parmi les phrases suivantes, combien sont vraies ?

Si $0 < x \leq 5$ alors $g(x) < 4$.

Si $g(x) < 4$ alors $0 < x \leq 5$.

Si $x = 5$ alors $g(x) = 0$.

Si $g(x) = 0$ alors $x = 5$.

Q24 : On considère les quatre expressions algébriques suivantes :

$$(-1 + x)^2 \quad 1 - x^2 \quad 1 + x^2 \quad - (1 - x)^2$$

Parmi elles, combien prennent une valeur positive quelle que soit la valeur du réel x ?

Q25 : Soit k la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$k(x) = x^2 - 16.$$

Calculer l'image de $3\sqrt{2}$ par k .

Q26 : Soit k la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$k(x) = x^2 - 16.$$

Déterminer les antécédents de 0 par k .

Q27 : Soit f la fonction définie sur $[0; 8]$ par

$$f(x) = x^2 - 6x.$$

Déterminer les antécédents de 0 par f .

Q28 : Soit f la fonction définie sur $[0; 8]$ par

$$f(x) = x^2 - 6x.$$

Calculer l'image de 3 par f .

Q29 : Soit f la fonction définie sur $[0; 8]$ par

$$f(x) = x^2 - 6x.$$

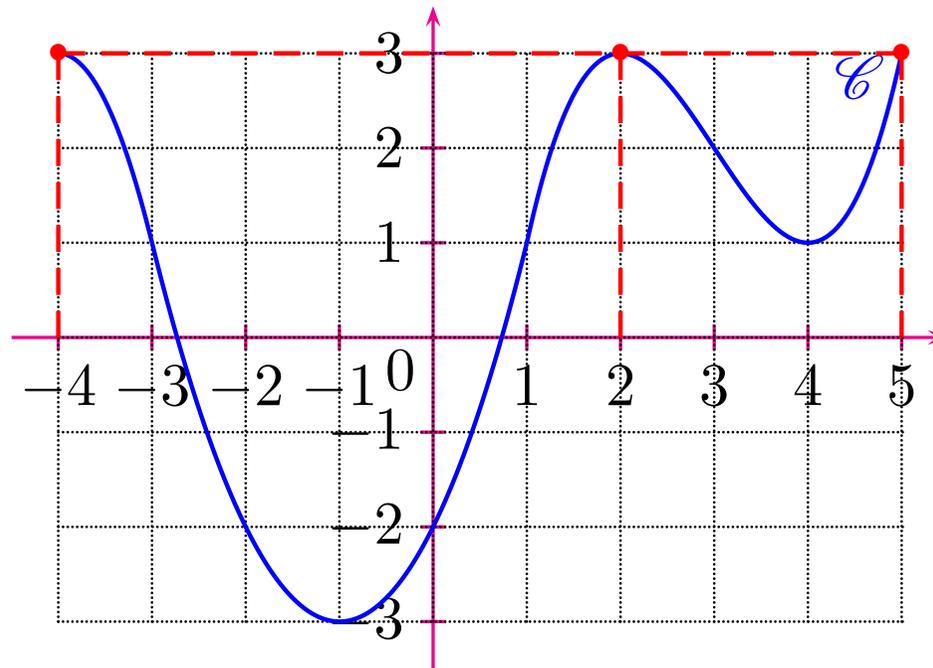
Exprimer la différence $f(x) - (-9)$ sous forme factorisée.

Q30 : Soit f la fonction définie sur $[0; 8]$ par

$$f(x) = x^2 - 6x.$$

Compléter la phrase : La fonction f atteint son
sur $[0; 8]$ lorsque $x = 3$.

Q1 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .

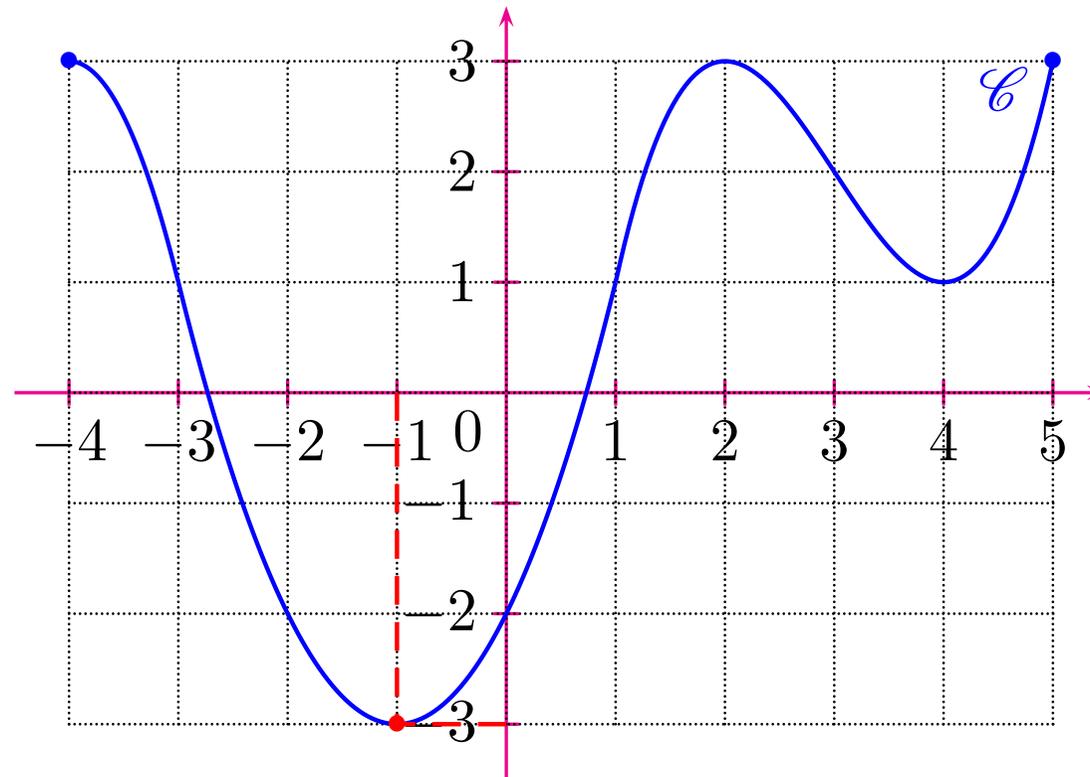


Compléter la phrase :

Le maximum de f sur $[-4; 5]$ est **3**.

Ce maximum est atteint lorsque $x = -4$, puis lorsque $x = 2$ et, une troisième fois, lorsque $x = 5$.

Q2 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .

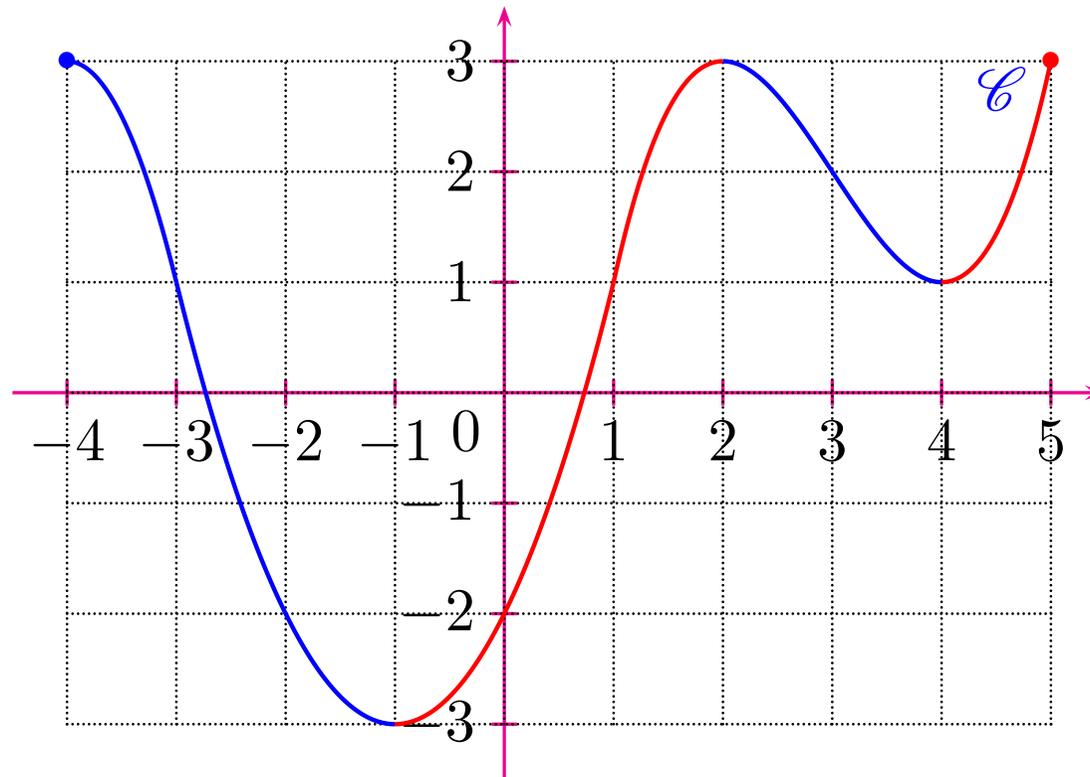


Compléter la phrase :

f atteint son minimum sur $[-4; 5]$ lorsque $x = -1$.

Ce minimum est $f(-1) = -3$.

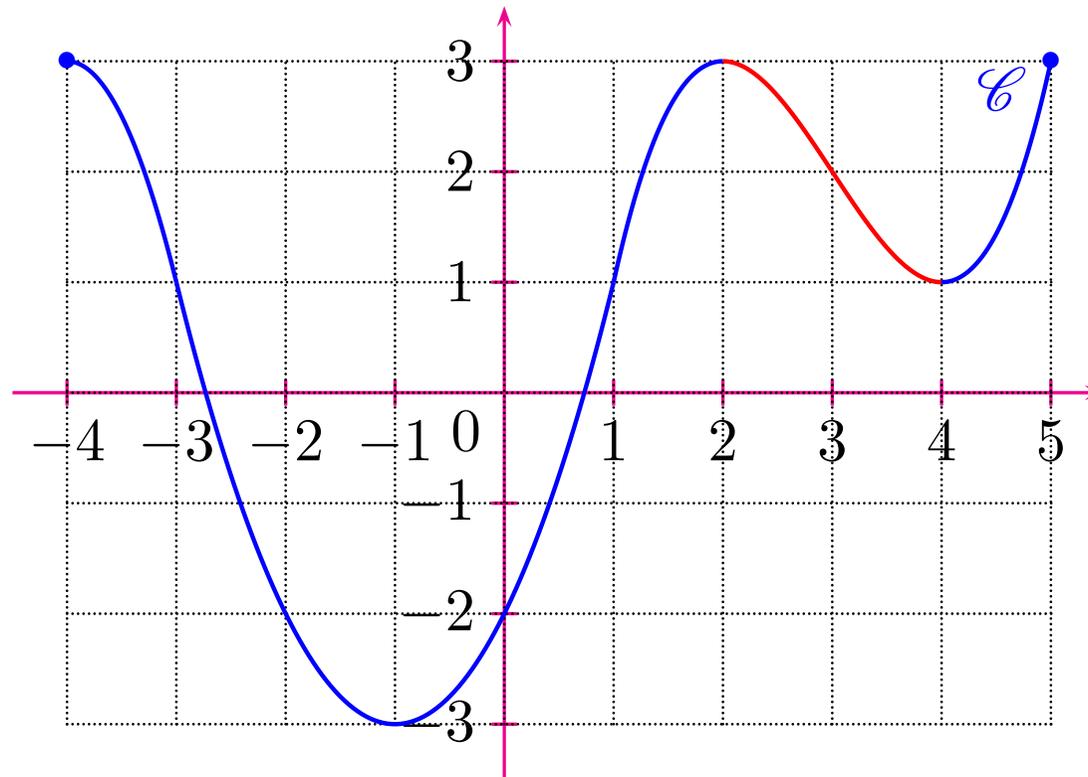
Q3 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

f est strictement croissante sur chacun des intervalles $[-1; 2]$ et $[4; 5]$.

Q4 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .

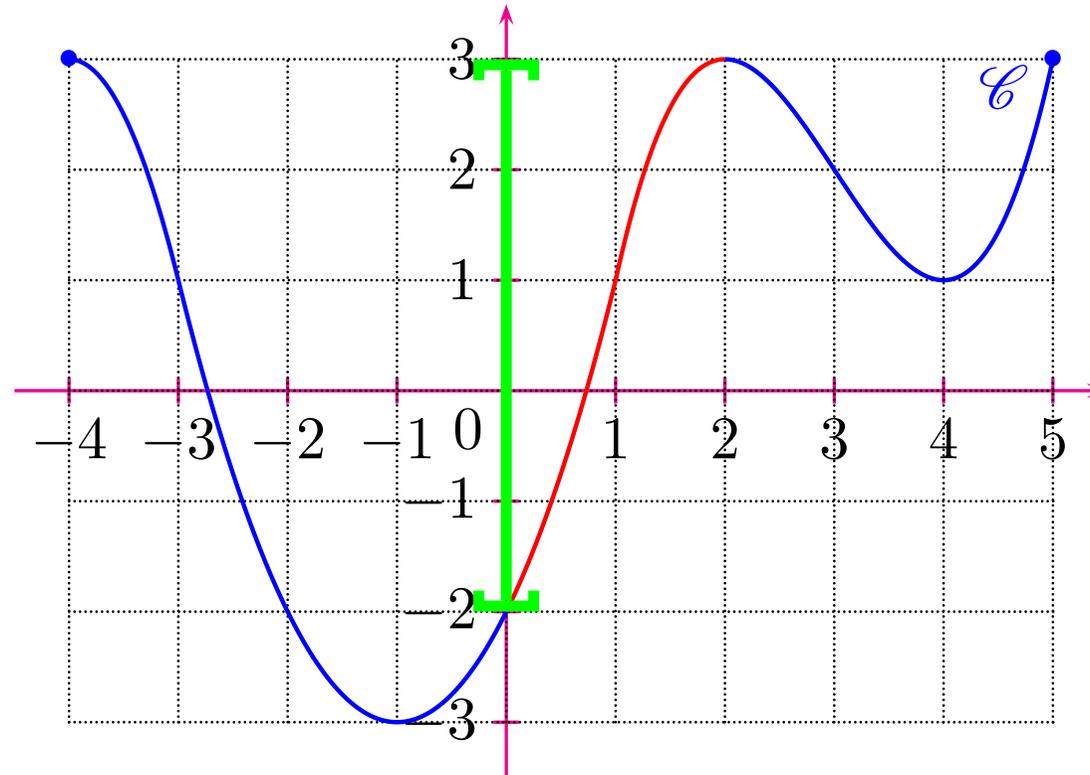


Compléter la phrase :

Sur l'intervalle $[2; 4]$, la fonction f **renverse** l'ordre.

Sur l'intervalle $[2; 4]$, f est strictement décroissante.

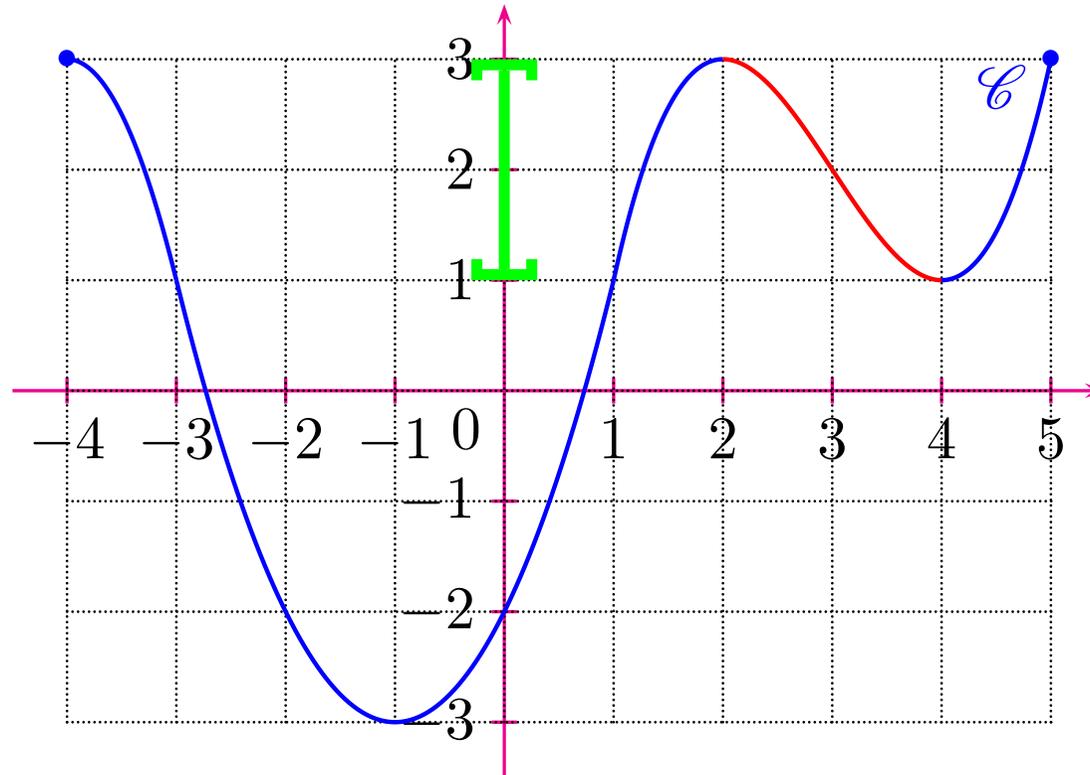
Q5 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

Si a est un réel appartenant à $[0; 2]$ alors $f(a)$ appartient à l'intervalle $[-2; 3]$.

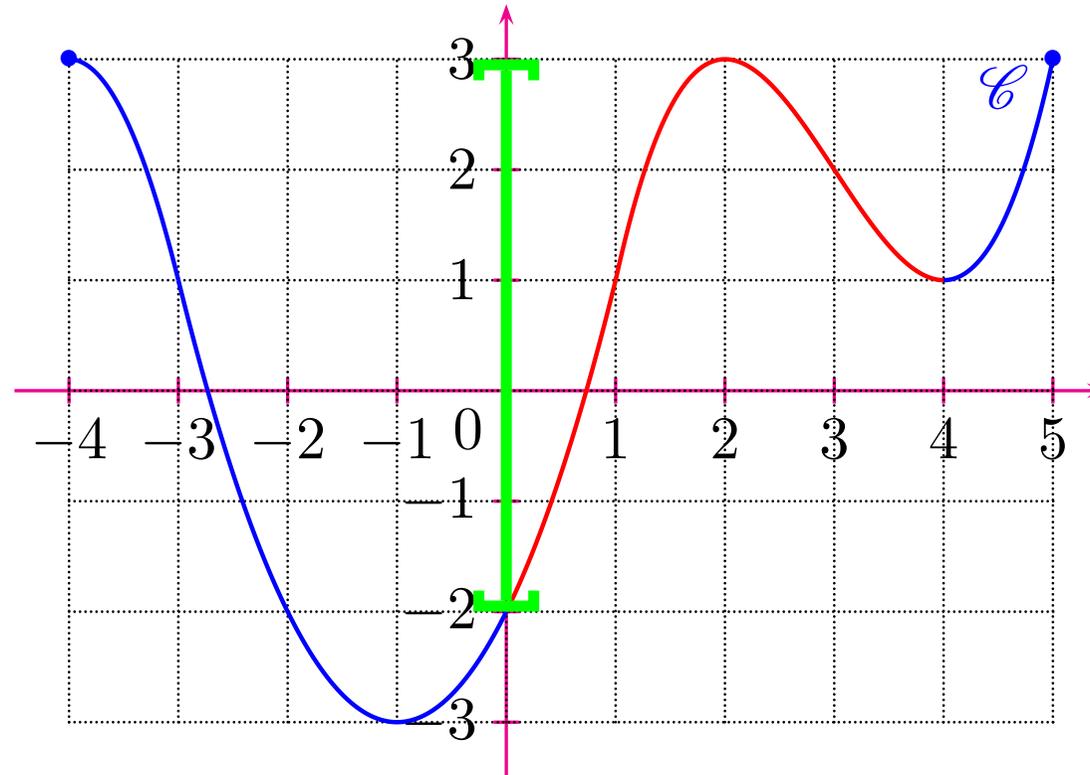
Q6 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

Si b est un réel appartenant à $[2; 4]$ alors $f(b)$ appartient à l'intervalle $[1; 3]$.

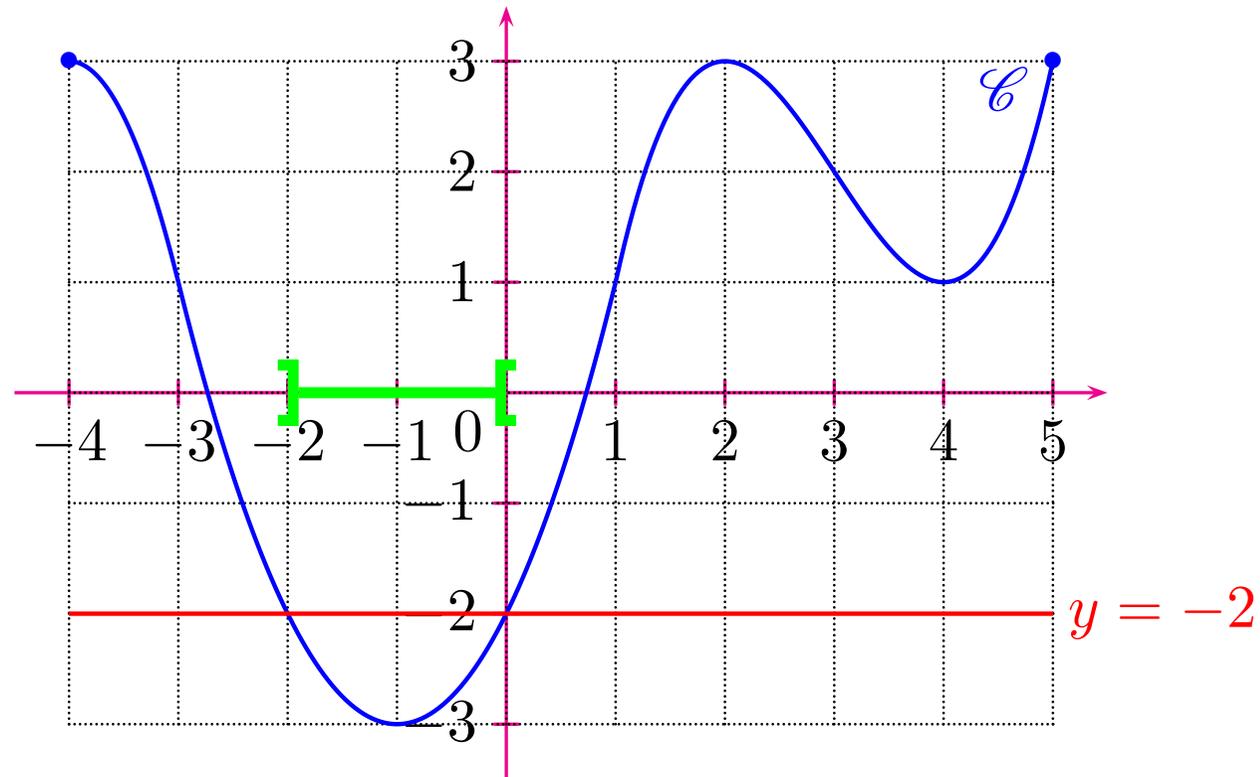
Q7 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

Si c est un réel appartenant à $[0; 4]$ alors $f(c)$ appartient à l'intervalle $[-2; 3]$.

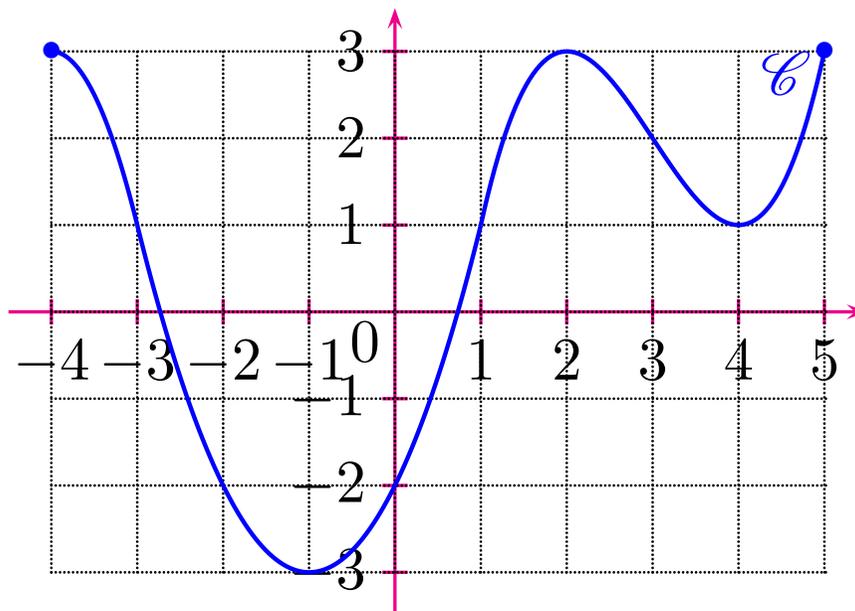
Q8 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

Si d est un réel tel que $f(d) < -2$ alors on peut affirmer que d appartient à l'intervalle $] -2; 0[$.

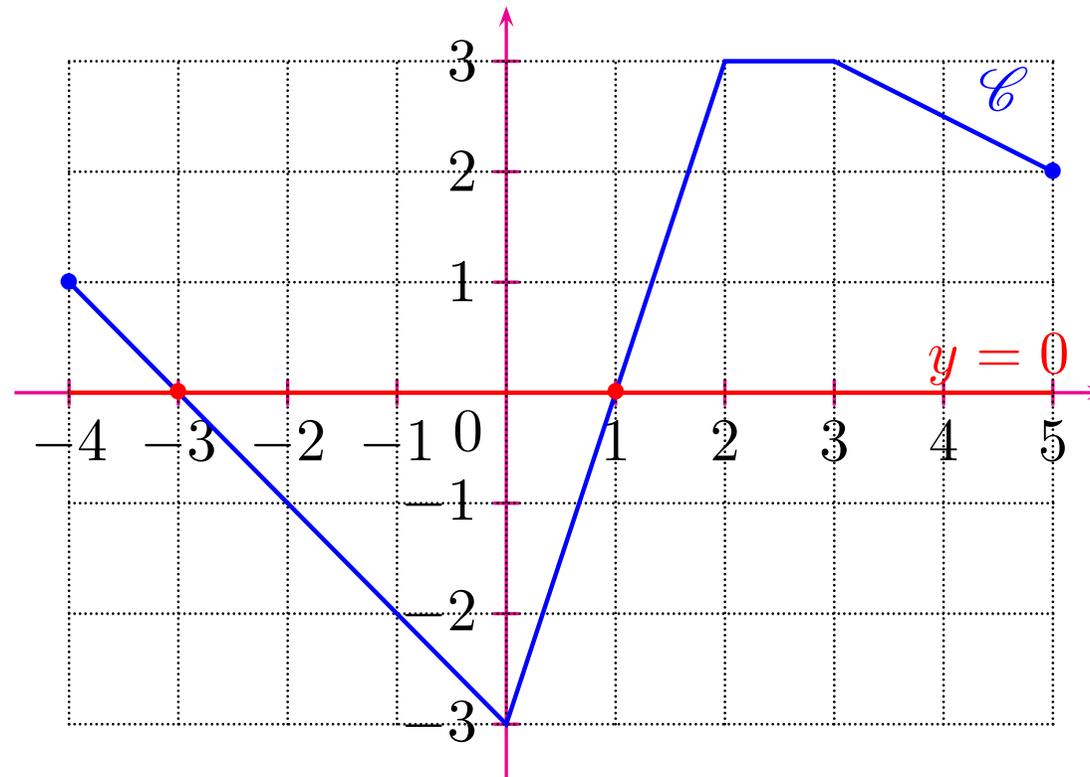
Q9 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Donner le tableau de variations de f .

x	-4	-1	2	4	5
Var. f	3		3	1	3
		-3			

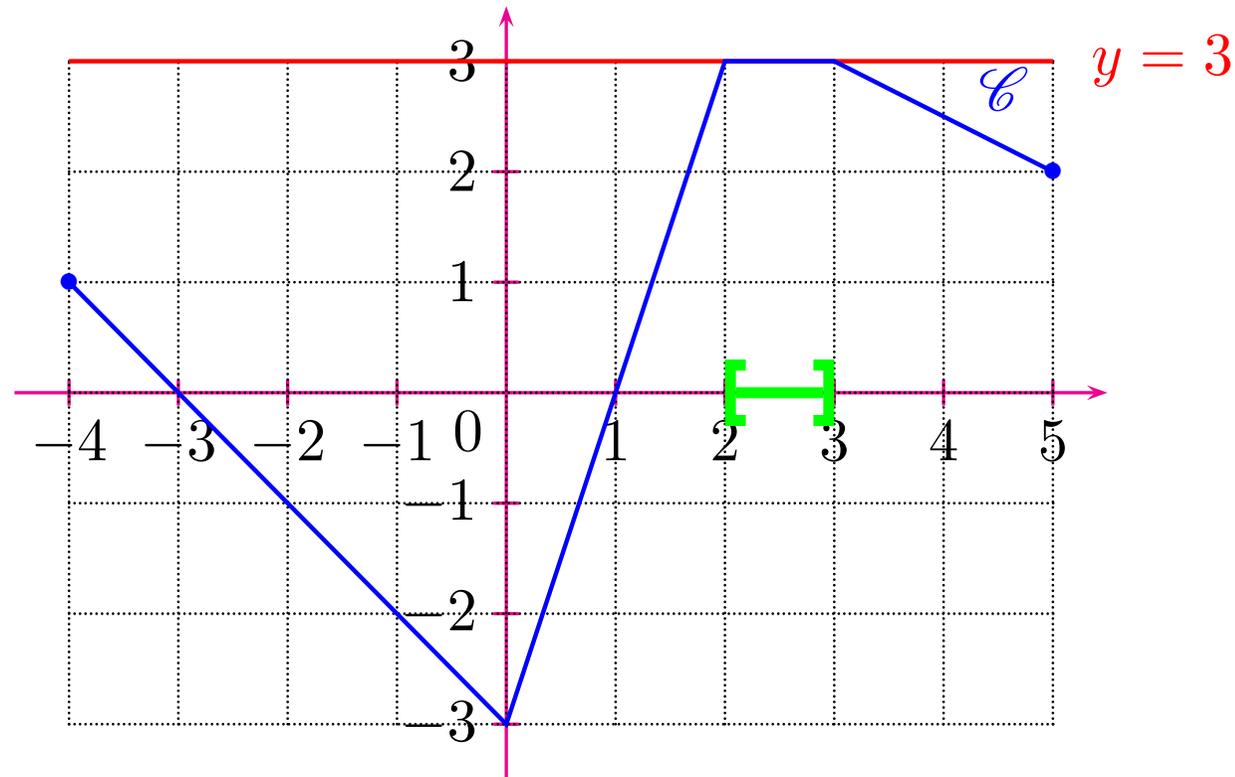
Q10 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est $\{-3; 1\}$.

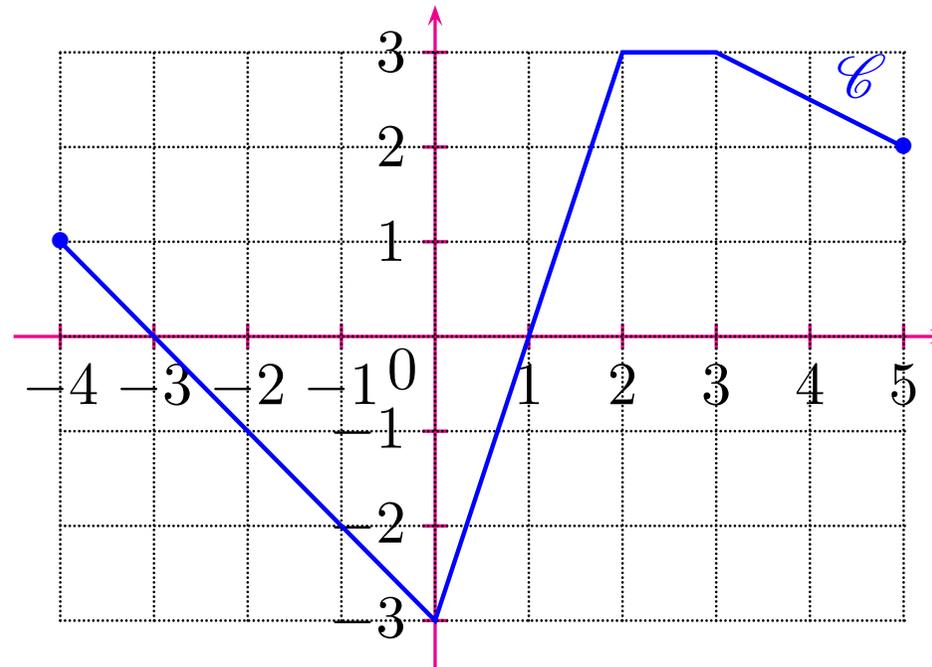
Q11 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter la phrase :

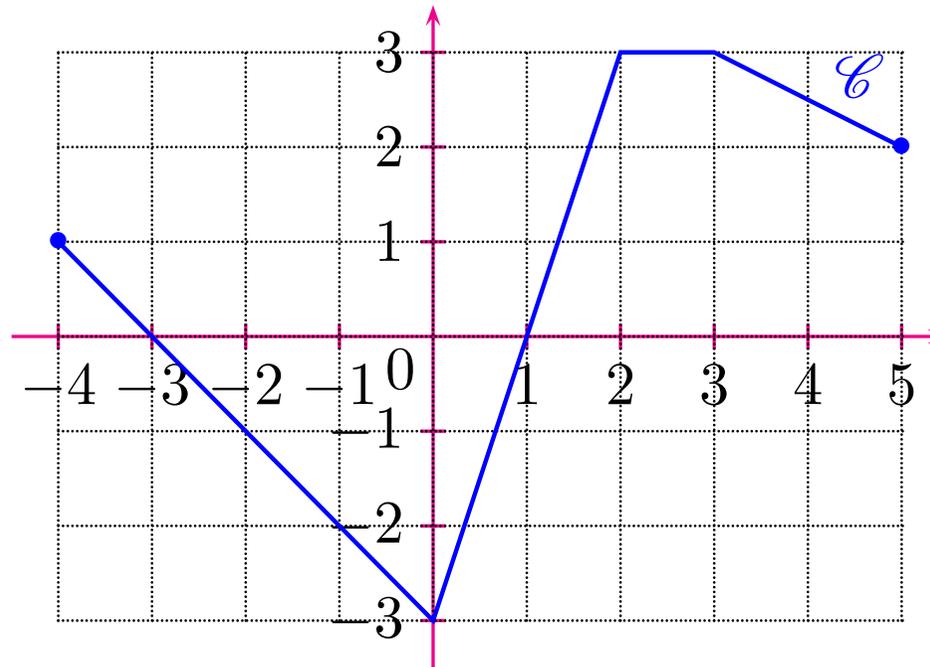
L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 3$ est $[2; 3]$.

Q12 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Compléter à l'aide d'un des symboles $<$, $=$ ou $>$: $f(-3,5) > 0$
 $-4 < -3,5 < -3 < 0$ et f renverse l'ordre sur $[-4; 0]$ donc
 $f(-3,5) > f(-3)$ d'où $f(-3,5) > 0$.

Q13 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



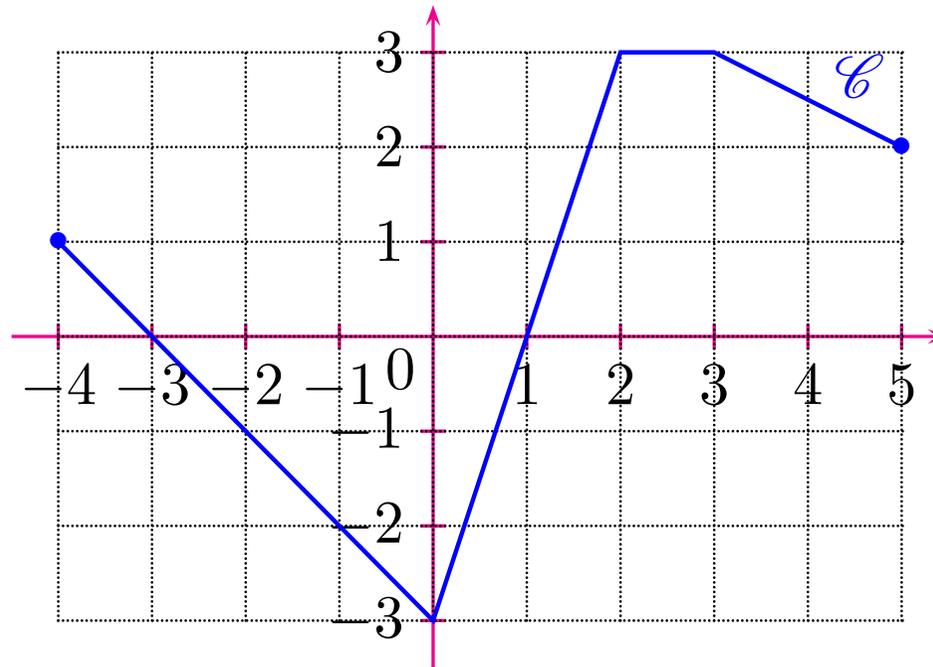
Compléter à l'aide d'un des symboles $<$, $=$ ou $>$:

$$f(3,2) > f(3,3)$$

$3 < 3,2 < 3,3 < 5$ et f renverse l'ordre sur $[3; 5]$ donc

$$f(3,2) > f(3,3).$$

Q14 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



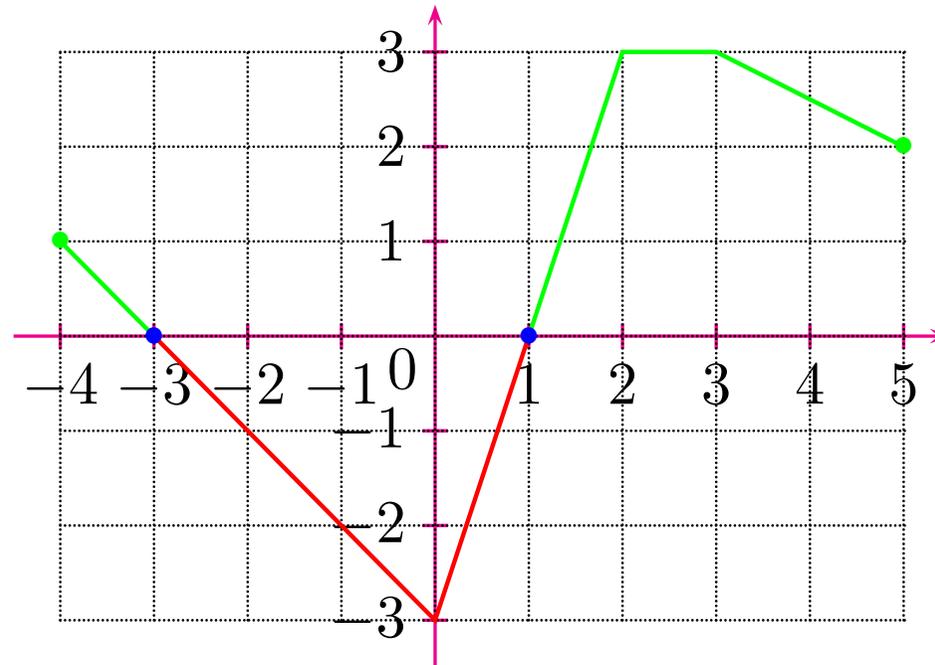
Compléter à l'aide d'un des symboles $<$, $=$ ou $>$:

$$f(1,8) - f(1,7) > 0$$

$0 < 1,7 < 1,8 < 2$ et f conserve l'ordre sur $[0; 2]$ donc

$$f(1,7) < f(1,8) \text{ d'où } f(1,8) - f(1,7) > 0.$$

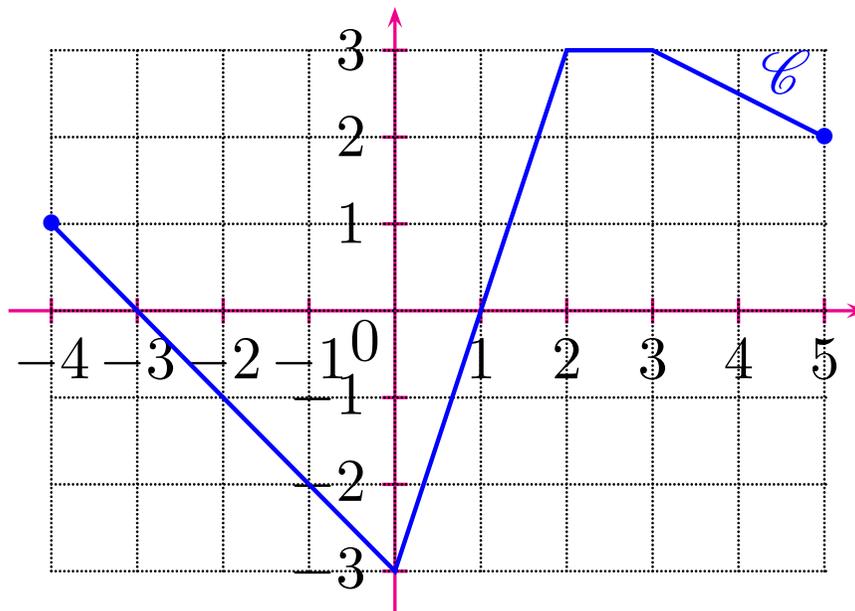
Q15 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Donner le tableau de signe de f .

x	-4	-3		1	-3	5
Sgn. $k(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

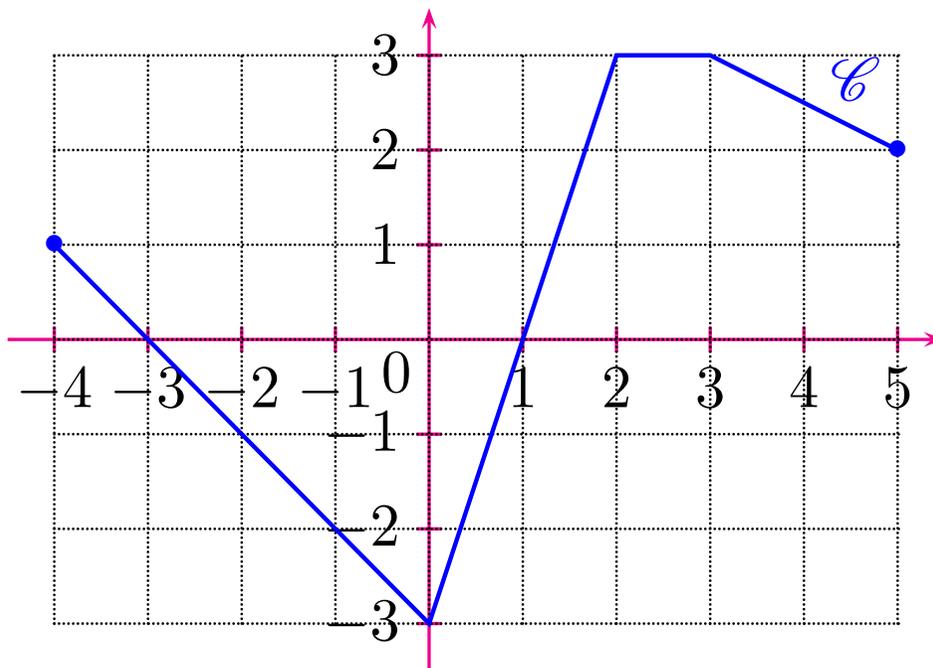
Q16 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Combien de flèches le tableau de variations de f sur $[-4; 5]$ comporte-t-il ? **Il en comporte quatre.**

x	-4	0	2	3	5
Var. f	1	-3	3	3	2

Q17 : On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f .



Parmi les phrases suivantes, combien sont exactes ? **Trois.**

f est croissante sur $[0; 3]$. **Vrai**

f est strictement croissante sur $[0; 3]$. **Faux**

f est croissante sur $[0; 2]$. **Vrai**

f est strictement croissante sur $[0; 2]$. **Vrai**

Q18 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

Le plus grand intervalle sur lequel g est strictement décroissante est $[0; 4]$.

Q19 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

g atteint son maximum sur $[-3; 5]$ en 0 et ce maximum est 4 .

Q20 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

Le minimum de g sur $[-3; 5]$ est (-3) et ce minimum est atteint en 4 .

Q21 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

Sur $[0; 4]$, si x augmente alors $g(x)$ **diminue** .

Sur $[0; 4]$, g est **strictement décroissante**.

Q22 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	4	-3	0

Compléter la phrase :

Sur $[4; 5]$, g **conserve** l'ordre.

Sur $[4; 5]$, g **est strictement croissante.**

Q23 : Soit g la fonction dont on donne le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	4	5
Var. g	-1	↗ 4	↘ -3	↗ 0

Parmi les phrases suivantes, combien sont vraies ? **Exactement deux sont vraies.**

Si $0 < x \leq 5$ alors $g(x) < 4$. **Vrai**

Si $g(x) < 4$ alors $0 < x \leq 5$. **Faux**

Si $x = 5$ alors $g(x) = 0$. **Vrai**

Si $g(x) = 0$ alors $x = 5$. **Faux**

Q24 : On considère les quatre expressions algébriques suivantes :

$$(-1 + x)^2 \quad 1 - x^2 \quad 1 + x^2 \quad - (1 - x)^2$$

Parmi elles, combien prennent une valeur positive quelle que soit la valeur du réel x ?

Exactement deux, la première et la troisième.

La première car il s'agit d'un carré, la troisième car il s'agit de la somme d'un carré et d'un réel positif.

Q25 : Soit k la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$k(x) = x^2 - 16.$$

Calculer l'image de $3\sqrt{2}$ par k . **2**

$$\begin{aligned}k(3\sqrt{2}) &= (3\sqrt{2})^2 - 16 \\ &= 3^2 \times (\sqrt{2})^2 - 16 \\ &= 9 \times 2 - 16 \\ &= 18 - 16 \\ &= 2\end{aligned}$$

Q26 : Soit k la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$k(x) = x^2 - 16.$$

Déterminer les antécédents de 0 par k . (-4) et 4

$$k(x) = 0 \iff x^2 - 16 = 0$$

$$\iff x^2 = 16$$

$$\iff x = \sqrt{16} \text{ ou } x = -\sqrt{16}$$

$$\iff x = 4 \text{ ou } x = -4$$

0 a exactement deux antécédents par k , (-4) et 4 .

Q27 : Soit f la fonction définie sur $[0; 8]$ par

$$f(x) = x^2 - 6x.$$

Déterminer les antécédents de 0 par f . **0 et 6**

$$f(x) = 0 \iff x^2 - 6x = 0$$

$$\iff x(x - 6) = 0$$

$$\iff x = 0 \text{ ou } x - 6 = 0 \quad (\text{r\`egle du produit nul})$$

$$\iff x = 0 \text{ ou } x = 6$$

0 admet exactement deux antécédents par f , 0 et 6.

Q28 : Soit f la fonction définie sur $[0; 8]$ par

$$f(x) = x^2 - 6x.$$

Calculer l'image de 3 par f . (-9)

$$f(3) = 3^2 - 6 \times 3$$

$$= 9 - 18$$

$$= -9$$

donc l'image de 3 par f est (-9).

Q29 : Soit f la fonction définie sur $[0; 8]$ par

$$f(x) = x^2 - 6x.$$

Exprimer la différence $f(x) - (-9)$ sous forme factorisée.

Pour tout x appartenant à $[0; 8]$:

$$\begin{aligned} f(x) - (-9) &= x^2 - 6x + 9 \\ &= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ &= (x - 3)^2 \end{aligned}$$

Q30 : Soit f la fonction définie sur $[0; 8]$ par

$$f(x) = x^2 - 6x.$$

Compléter la phrase : La fonction f atteint son **minimum** sur $[0; 8]$ lorsque $x = 3$.

Justification : Pour tout x appartenant à $[0; 8]$,
 $f(x) - f(3) = (x - 3)^2 \geq 0$ (car le carré d'un réel est un réel positif), donc $f(x) \geq f(3)$, d'où $f(3)$ est le minimum de f sur $[0; 8]$.